www.fera.ir

هر مطلبی که شما نیاز دارید

برای اولین بار در ایران با جدیدترین روش های آموزشی

حسابان و ریاضیات پایه

کتابی منحصر به فرد در نوع خود با روش تدریس دانش آموز محور هم درس هم تست هم پاسخ تشریحی اولین کتاب مصور در نوع خود

حسابان و ریاضیات پایه تصویری عبدالرضا منتظری را از ما تهیه کنید

با خواندن کتاب حسابان و ریاضیات پایه تصویری

قدرت تحلیل ریاضی شما به قدری افزایش خواهد یافت که نیاز به تست زدن زیاد ندارید.در کتاب های موجود از ۲ روش تشریحی و تستی برای حل مسائل استفاده شده که در کتاب حسابان و ریاضیات پایه تصویری مشاهده خواهید نمود از روش زیبا و کارآمد سوم به نام روش تصویری و هندسی مسائل به صورت باور نکردنی و بدون استفاده از فرمول در کمتر از ۳۰ ثانیه پاسخ داده خواهد شد

www.ferashop.ir

کاری دیگر از استاد منتظری نشر حرف آخر

دی وی دی های آموزشی دیفرانسیل و ریاضیات تجربی نشر حرف آخر

برای اولین بار در ایران با جدیدترین روش های آموزشی

آموزش تصویری کنکور دیفرانسیل و ریاضیات تجربی با جدیدترین روش های روز دنیا

ماندگاری طولانی مفاهیم ریاضی در ذهن

حل سوالات کنکور با چندین روش و در کمترین زمان ممکن

آدرس فروشگاه :

www.ferashop.ir

www.fera.ir

www.fera.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

فیزیک ۲

www.fera.ir

www.fera.ir

فصل ۴: کار و انرژی

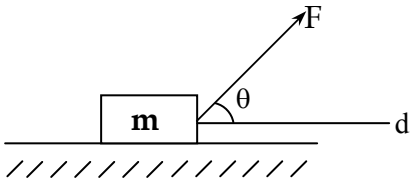
۱- کار به صورت حاصل ضرب نیرو در جابجایی تعریف می‌شود. پس اگر نیروی **F** به جسمی وارد شود و آنرا به اندازه‌ی **d**، جابجا کند، کار نیروی ثابت **F** با رابطه‌ی مقابل داده می‌شود:

$$W_F = F.d$$

۲- یکای کار $N\cdot m$ است که ژول نامیده می‌شود. این یکا را با نماد **J** نمایش می‌دهیم.

۳- کار یک کمیت نرده‌ای است و اگر مثلاً کار را با چند جابجایی متوالی انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع جبری کار انجام شده در تک‌تک جابه‌جایی‌ها به‌دست آورد.

۴- هنگامی که نیروی وارد به جسم مطابق شکل با بردار جابجایی زاویه‌ی θ می‌سازد، کار نیروی ثابت **F** به‌صورت زیر تعریف می‌شود:



$$W = Fd\cos\theta$$

اگر $\theta = 0$ باشد رابطه‌ی $W = Fd$ به‌دست می‌آید.

۵- کار برآیند نیروها را می‌توان با جمع کردن کار هر یک از نیروها نیز به‌دست آورد.

۶- در مورد شخصی که سطل آبی را با سرعت ثابت حمل می‌کند، نیروی افقی وارد به سطل صفر است، لذا شخص برای حمل سطل، با سرعت ثابت، کاری انجام نمی‌دهد (مفهوم فیزیکی کار، مفهومی جدای از کاربرد روزمره‌ی این عبارت است.)

۷- انرژی جنبشی جسمی به جرم **m** و سرعت **V** با رابطه‌ی $K = \frac{1}{2}mV^2$، داده می‌شود.

۸- قضیه‌ی کار و انرژی رابطه‌ی بین کار و تغییر انرژی جنبشی را بیان می‌کند.

$$(I)\ W = Fd \qquad (II),(III) \Rightarrow F = m\frac{V_2^2 - V_1^2}{2d}\ (IV)$$

$$(II)\ F = ma \qquad (I),(IV) \Rightarrow W = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = K_2 - K_1$$

☑ قضیه کار و انرژی:

$$(III)\ V_2^2 - V_1^2 = 2ad \qquad W = K_2 - K_1$$

۹- کار نیروی برآیند وارد بر روی یک جسم در یک جابجایی برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم در آن جابجایی.

۱۰- سرعت برخورد جسمی (با زمین) را بدست آورید که از ارتفاع **h** رها می‌شود:

$$\text{انرژی اولیه} = mgh = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$

در مثال فوق اگر سرعت جسم در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ را خواسته بود، بجای **h** در رابطه‌ی فوق $\frac{1}{4}h$ قرار داده و در نتیجه $V_2 = \sqrt{\frac{gh}{2}}$.

۱۱- انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی‌ای است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد.

☑ انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یاد شده منتقل کنیم. بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه‌ی $U = mgh$ بدست می‌آید (در ارتفاع **h**)

☑ انرژی پتانسیل فنر در یک وضعیت کشیده (یا فشرده‌ی) خاص، نسبت به حالت آزاد فنر، برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا آنرا از حالت آزاد با سرعت ثابت به وضعیت یاد شده برسانیم.

☑ کاری که برای نزدیک کردن دوبار و دور کردن آن‌ها انجام می‌دهیم، بصورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دو بار ذخیره می‌شود.

۱۲- انرژی مکانیکی جسم به صورت مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن مشخص می‌شود ($E = U + K$). در سقوط آزاد، انرژی مکانیکی جسم پایسته است و دائماً از انرژی پتانسیل کاسته و به انرژی جنبشی آن افزوده می‌شود.

در صورتیکه نیروی اصطکاک جنبشی (یا نیروی اتلاف کننده دیگری چون مقاومت هوا) به جسم وارد شود، انرژی مکانیکی پایسته نخواهد بود.

۱۳- توان متوسط $(\overline{P})$ بصورت کار انجام شده در واحد زمان تعریف می‌شود:

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

واحد توان در **SI** ژول بر ثانیه J/s است که وات (**W**) نامیده می‌شود. بدیهی است که با کم شدن مدت زمان انجام کاری معین و یا انجام کار بیشتر در زمان معین، توان مقدار بیشتری خواهد داشت.

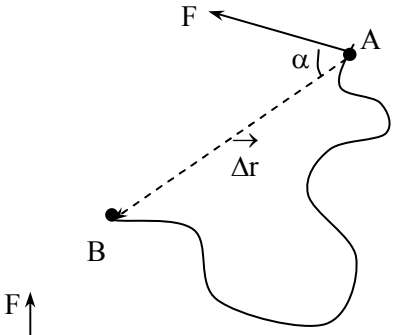
www.fera.ir

www.fera.ir

☑ (انرژی تلف شده- انرژی ورودی = کار مفید)

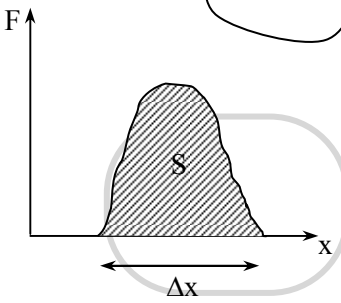
$$\text{توان} = \frac{\text{کار مفید}}{\text{زمان انجام کار}}$$

۱۴- کار یک نیروی ثابت بین دو نقطه به چگونگی مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد و برابر است با حاصلضرب اندازه نیرو در تصویر بردار فاصله‌ی بین دو نقطه در راستای نیرو.



$$W_F = F\Delta r\cos\alpha$$

۱۵- مساحت محصور بین نمودار «نیرو ـ مکان» با محور مکان‌ها نشان‌دهنده اندازه‌ی کار انجام‌شده در آن فاصله می‌باشد.



$$S = F.\Delta x = W$$

۱۶- با توجه به اینکه نیروی اصطکاک معمولاً مخالف حرکت می‌باشد، لذا کار این نیرو در این شرایط منفی می‌باشد. در یک سیستم مقدار انرژی‌ای که صرف غلبه بر اصطکاک می‌شود به طور کامل تبدیل به گرما می‌گردد به‌طوری که مقدار گرمای تولید شده در یک سیستم برابر است با قدر مطلق کار نیروی اصطکاک.

$$Q = \left|W_{F_f}\right|$$

۱۷- نیروهای غیرپایستار: نیروهایی می‌باشند که کار انجام شده برای غلبه بر آنها تلف شده و تبدیل به صورت دیگری از انرژی مثل گرما می‌شود و کار چنین نیروهایی بستگی به چگونگی مسیر بین دو نقطه دارد. از جمله نیروهای ناپایستار می‌توان نیروی اصطکاک را نام برد.
نیروهای پایستار: نیروهایی که کار انجام شده برای غلبه بر آنها در سیستم تلف نمی‌شود و به صورت نوعی از انرژی مکانیکی یعنی انرژی پتانسیل در سیستم ذخیره می‌شود. کار نیروهای پایستار بین دو نقطه به چگونگی مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد و فقط بستگی به شرایط نقاط ابتدایی و انتهایی دارد. از جمله نیروهای پایستار می‌توان نیروی وزن، نیروی فنر و نیروی الکتریکی را نام برد.

۱۸- انرژی جنبشی $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\frac{P}{m})^2 \Rightarrow E_k = \frac{P^2}{2m}$ اندازه حرکت $P = mv \Rightarrow v = \frac{P}{m}$

۱۹- انرژی پتانسیل: انرژی‌ای است نهفته در یک سیستم که با غلبه بر یک نیروی پایستار ذخیره می‌شود. تغییرات انرژی پتانسیل یک سیستم برابر است با منهای کار نیروی پایستار: $W_F = -\Delta E_P$ پایستار

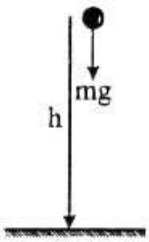
۲۰- قانون بقای (پایستگی) انرژی مکانیکی: هر گاه در یک سیستم کار نیروی ناپایستار صفر باشد، انرژی مکانیکی یک جسم یعنی مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل مقداری است ثابت و میزان افزایش هر یک از آنها برابر میزان کاهش دیگری است.

$$E_{M_1} = E_{M_2} \Rightarrow E_{k_1} + E_{P_1} = E_{k_2} + E_{P_2} = \ldots\ldots\ldots$$

۲۱- اگر در سیستمی کار نیروهای غیرپایستار مخالف صفر باشد، انرژی مکانیکی بقاء ندارد بلکه در این سیستم تغییرات انرژی مکانیکی برابر است با کار نیروهای غیر پایستار.

$$(E_{k_2} + E_{P_2}) - (E_{k_1} + E_{P_1}) = W_F \quad \text{ناپایستار}$$

مثال: جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین رها می‌شود. در لحظه ی رسیدن به زمین سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟
پاسخ: در صورت صرف نظر کردن از مقاومت هوا، تنها نیروی وارد بر جسم، وزن آن خواهد بود.
وقتی که جسم به اندازه ی **h** سقوط کند، وزن آن چه قدر کار انجام می‌دهد؟



$$W_{mg} = Fd\cos\alpha = mgh\cos 0^\circ = mgh$$

www.fera.ir

www.fera.ir

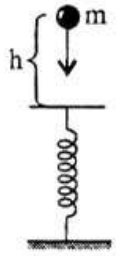
طبق قضیه ی کار- انرژی:

$$W = \Delta K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2$$

از طرفی جسم در ابتدا ساکن بوده است، لذا:

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mV^2 - 0 \qquad \Rightarrow V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 10\times 50} = 10\sqrt{10}\,m/s$$

مثال: گلوله ای به جرم **m** از ارتفاع **h** بالای فنری به ثابت **k** رها می‌شود و پس از برخورد به فنر آن را به اندازه ی **x** فشرده می‌کند. **k** برابر است با: (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)



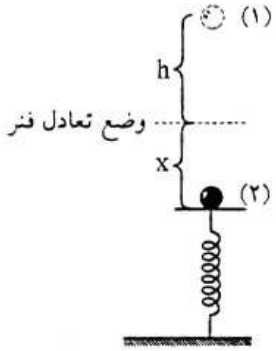
۱) $\frac{2mg(h+x)}{x^2}$ ۲) $\frac{2mg(h-x)}{x^2}$

۳) $\frac{mg(h+x)}{2x^2}$ ۴) $\frac{mg(h-x)}{2x^2}$

پاسخ: گزینه‌ی (۱): چون هیچ نیروی ناپایستاری در این مسأله نداریم. انرژی مکانیکی پایسته است. لذا:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

با انتخاب وضع تعادل فنر به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی داریم:



$$U_1 = mgh$$

$$U_2 = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

(توجه کنید که وضع تعادل فنر را سطح پتانسیل صفر در نظر گرفته ایم و در این صورت در نقطه ی (۲) انرژی پتانسیل هم از انرژی پتانسیل کشسانی و هم از انرژی پتانسیل گرانشی تشکیل شده است.)

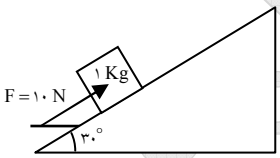
با توجه به این که در هر دو نقطه گلوله ساکن است: $K_1 = K_2 = 0$

لذا:

$$0 + mgh = 0 + (-mgx + \frac{1}{2}kx^2) \Rightarrow mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow k = \frac{2mg(h+x)}{x^2}$$

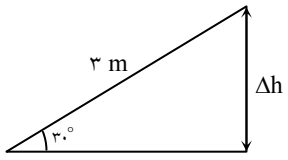
در واقع می‌توان گفت با سقوط جسم و کاهش ارتفاع آن به اندازه ی $h+x$ به اندازه ی $mg(h+x)$ از انرژی پتانسیل گرانشی کاسته می‌شود و این انرژی به صورت پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود.

مثال: مطابق شکل رو به رو جسمی به جرم **۱ kg** را بر روی سطح شیب داری با نیروی **۱۰ N** به اندازه **۳** متر به سمت بالای سطح شیب دار جابجا می‌کنیم.



اگر اصطکاک قابل صرف نظر کردن باشد، تغییر انرژی پتانسیل، تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی مکانیکی چند ژول خواهد بود؟ $(g = 10\,N/kg)$

پاسخ: وقتی جسم را سه متر جا به جا کنیم، ارتفاعش چه قدر زیاد می‌شود؟



$$\Delta h = 1/5\,m$$

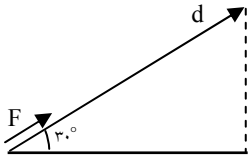
پس:

$$\Delta U = mgh = 1\times 10\times 1/5 = 15J$$

این از انرژی پتانسیل. حالا برویم سراغ تغییر انرژی مکانیکی:

$$\Delta E = \Delta W'$$

نیروهایی که بر جسم وارد می‌شوند، یکی وزن است که پایستار است، دیگری نیروی عمودی سطح است که اصلا کاری انجام نمی‌دهد و دست آخر هم نیرویی است که ما وارد کرده ایم که نیرویی ناپایستار است.



$$\Delta E = W_F = Fd = 10\times 3 = 30J$$

مشاهده می‌کنید که انرژی مکانیکی افزایش یافته است.

$$\Rightarrow 30 = \Delta K + 15 \Rightarrow \Delta K = 15J \quad \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

www.fera.ir

www.fera.ir

مثال: یک موتور الکتریکی باری به جرم ۲۰ کیلوگرم را در مدت ۵ ثانیه، ۱۲ متر بالا می‌برد. توان مفید آن چند وات است؟ اگر بازده این موتور ٪۷۵ باشد، انرژی مصرفی این موتور و توان مصرفی آن چه قدر است؟ ($g = ۱۰ N/kg$)

پاسخ: کاری که موتور انجام می‌دهد، برابر است با:

$$W_{مفید} = mg\Delta h = ۲۰ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۲۴۰۰ J$$

و توان آن برابر است با:

$$\overline{P}_{مفید} = \frac{W}{t} = \frac{۲۴۰۰}{۵} = ۴۸۰ W$$

حال انرژی ورودی (انرژی مصرفی):

$$بازده = \frac{W_{مفید}}{E} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۷۵ = \frac{۲۴۰۰}{E} \times ۱۰۰ \Rightarrow E = ۳۲۰۰ J$$

و نهایتاً توان مصرفی:

$$\overline{P}_{مصرفی} = \frac{E}{t} = \frac{۳۲۰۰}{۵} = ۶۴۰ W$$

فصل ۵: ویژگی‌های ماده

۱- حالات مواد

دانشمندان، مواد را به سه دسته اصلی تقسیم می‌کنند که سه حالت جامد، مایع و گاز می‌باشند.

۱- ۱) جامدها

اولین مشخصه ی این نوع مواد، داشتن شکل مشخص است که آن‌ها را از گروه مایع‌ها و گازها متمایز می‌سازد. نیروهای ربایشی بین مولکولی در این حالت چنان زیاد است که به آن‌ها اجازه نمی‌دهد از جای خود جابجا شوند.

جامدها را معمولا از لحاظ ساختار مولکولی به دو دسته تقسیم بندی می‌کنند:

۱- ۱-۱) جامدهای بلورین: منظور جامدهایی هستند که مولکول‌های آن‌ها به طور منظم کنار هم جای گرفته اند. این مواد دارای ساختار مولکولی با الگوی مشخص هستند. فلزات و بعضی مواد دیگر هم چون نمک طعام و سنگ‌ها از این نوع هستند.

۱- ۱ - ۲) جامدهای بی شکل: درست عکس حالت فوق را دارند و ساختار مولکولی آن‌ها نظام مشخصی ندارد. شیشه بهترین نمونه ی این جامدها است. هرگاه مایع‌ها را به طوری به آرامی سرد نماییم که مولکول‌ها فرصت لازم را جهت بازآرایی خود پیدا کنند، معمولا جامدهایی از نوع اول داریم و هرگاه با سریع سرد کردن مایع‌ها این فرصت را از مولکول‌های آن صلب نماییم، معمولا جامدهایی از نوع دوم خواهیم داشت.

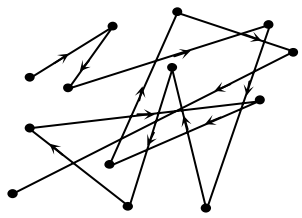
۱-۲) مایع‌ها

مهم ترین عاملی که در مایع‌ها نسبت به جامدها تغییر می‌یابد، میزان نیروهای بین مولکولی است. مایع‌ها در مقایسه با جامدها شکل مشخص خود را از دست می‌دهند، ولی هم چنان تراکم ناپذیرند.

۱- ۳) گازها

اگر به روند کمتر شدن نیروهای بین مولکولی و زیادشدن فاصله ی بین مولکول‌ها ادامه دهیم، به گازها خواهیم رسید. با زیاد شدن جنبش بین مولکول‌ها و افزایش دامنه ی نوسان آن‌ها، کم کم فاصله بین آن‌ها به حدی می‌رسد که دیگر نیروهای وارد از طرف دیگر مولکول‌ها را حس نمی‌کنند و آزادانه به اطراف حرکت می‌کنند. به دلیل بی تاثیر بودن نیروهای بین مولکولی، گازها کاملاً تراکم پذیرند و تمام فضای ظرف محبوس در آن را پر می‌کنند.

۱- ۳- ۱) خاصیت پخش: هرگاه یک دسته مولکول‌های ناشناس وارد فاصله‌ی میان مولکول‌های مایع‌ها یا گازها شوند، در اثر برخوردهای نامنظم بین مولکولی به زودی در تمام شاره پخش می‌شوند. این پدیده را خاصیت پخش می‌نامند. این خاصیت ناشی از حرکت کاتوره‌ای (نامنظم) مولکول‌های شاره می‌باشد. به این حرکت، حرکت براونی می‌گویند.



حرکت کاتوره‌ای در شاره ها

۲- نیروهای بین مولکولی

نیروهای بین مولکولی ناشی از رانش یا کشش الکتریکی هستند که بین مولکول‌های مواد به وجود می‌آید.

۲- ۱) نیروهای چسبندگی

به نیروهای ربایشی بین مولکول‌های هم جنس یک مایع، نیروهای چسبندگی می‌گویند. این نیروها کوتاه بُرد هستند و اگر فاصله ی بین مولکولی از حد خاصی بیشتر شود، دیگر وجود نخواهند داشت. این نیروها باعث نمی‌شوند تا مولکول‌ها در هم فرو روند و همواره در حال تعادل، فاصله‌ی معینی میان مولکول‌ها حفظ می‌شود.

www.fera.ir

www.fera.ir

۲- ۲) خاصیت کشش سطحی

مولکول‌هایی را در نظر بگیرید که در سطح یک مایع قرار دارند. نیروهای چسبندگی مولکول‌های سطح مایع، مانع کنار رفتن خود به خود مولکول‌ها شده و به اصطلاح از شکاف برداشتن سطح مایع جلوگیری می‌کنند. به این پدیده که نوعی خاصیت کشسانی میان مولکول‌های سطح مایع ایجاد می‌کند، کشش سطحی می‌گویند. همین خاصیت است که باعث می‌شود آب دزدک در آب فرو نرود و به راحتی بتواند بر روی سطح آن قدم بزند. مثال سوزن فولادی بر روی سطح آب نیز از همین نوع است.

نکته: هرگاه اندکی ناخالصی به آب بیفزایید، می‌توانید زنجیره ی به هم پیوسته ی مولکول‌های سطح آب را شکافته و کشش سطحی آب را کاهش دهید.

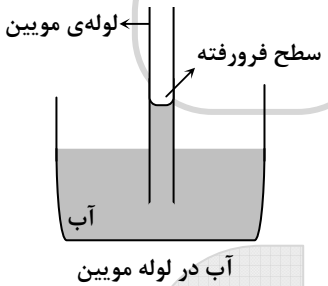
۲- ۳) نیروهای چسبندگی سطحی

همان طور که مولکول‌های یک ماده یکدیگر را می‌ربایند، مولکول‌های مواد مختلف نیز یکدیگر را می‌ربایند. به نیروی ربایشی که بین مولکول‌های مواد متفاوت وجود دارد، نیروهای چسبندگی سطحی می‌گویند. البته تعریف بالا بدین معنی نیست که همه‌ی مواد به یکدیگر می‌چسبند. بعضی مواد این خاصیت را بسیار اندک بروز می‌دهند.

۲- ۴) خاصیت مویینگی

هرگاه شما لوله ی بسیار نازکی با قطر داخلی در حدود ۰/۱ mm یا کم تر را داخل ظرف حاوی مایعی قرار دهید، مشاهده خواهید کرد که مایع در لوله، بالاتر یا پایین تر از سطح مایع داخل ظرف قرار می‌گیرد. به این پدیده مویینگی می‌گویند و به این گونه لوله‌ها نیز که قطر داخلی کوچکی دارند، لوله‌های مویین گفته می‌شود. این خاصیت را در مورد دو مایع آب و جیوه بررسی می‌نماییم.

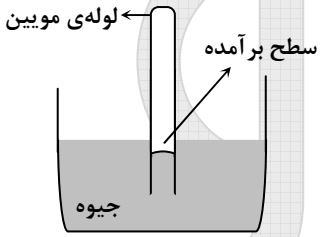
۲- ۴-۱) آب در لوله‌های مویین: آب به عنوان ماده ای شناخته می‌شود که خاصیت چسبندگی سطحی بالایی دارد. هر گاه مقداری آب را بر روی شیشه بریزید، به علت آن که نیروی چسبندگی سطحی میان مولکول‌های آب و شیشه بزرگ تر از نیروی چسبندگی میان مولکول‌های خود آب است، آب بر روی شیشه پخش می‌شود. وقتی لوله ی مویینی را در داخل ظرف آبی قرار دهیم، مولکول‌های آب به خاطر خاصیت چسبندگی سطحی بالا، به مولکول‌های شیشه چسبیده و خود را در لوله بالا می‌کشند. عمل بالا رفتن آب در لوله تا زمانی ادامه می‌یابد که وزن حجم آب بالا رفته در لوله با نیروی چسبندگی سطحی آب و شیشه به تعادل برسد.



آب در لوله مویین

هرگاه در مایعی نیروی چسبندگی سطحی بزرگ تر از نیروی چسبندگی باشد، مایع در لوله مویین بالا رفته و سطح آن فرو رفته دیده می‌شود.

۲- ۴- ۲) جیوه در لوله مویین: جیوه حالتی کاملاً عکس دارد. به خاطر خاصیت چسبندگی سطحی پایین جیوه، معمولا مواد توسط جیوه تر نمی‌شوند. هرگاه لوله ی مویینی در داخل ظرف جیوه ای قرار گیرد،...



جیوه در لوله‌ی مویین

اولا: سطح جیوه پایین تر از سطح مایع داخل ظرف قرار می‌گیرد. این بدان دلیل است که نیروی چسبندگی سطحی میان مولکول‌های جیوه و شیشه کوچک تر از نیروی چسبندگی میان مولکول‌های جیوه است.

ثانیا: سطح جیوه در داخل لوله‌های مویین، برآمده می‌ایستد و کناره‌های جیوه که در تماس با شیشه هستند، پایین‌تر قرار می‌گیرند (حالت محدب). هرگاه در مایعی نیروی چسبندگی سطحی کوچک تر از نیروی چسبندگی باشد، مایع در لوله ی مویین پایین رفته و سطح آن برآمده دیده می‌شود.

نکته: میزان بالا آمدن (یا پایین رفتن) مایع در لوله ی مویین به جنس لوله و مایع و هم چنین به قطر داخلی لوله بستگی دارد. هر چه قطر لوله کوچک تر باشد، وزن مایع جابجاشده در لوله کم تر شده و میزان بالا رفتن (یا پایین آمدن) افزایش می‌یابد.

۳- چگالی

هرگاه جرم ماده ی معینی را بر حجم آن تقسیم نماییم، چگالی آن ماده را به دست آورده‌ایم. چگالی کمیتی است نرده‌ای که از رابطه روبه رو محاسبه می‌گردد: (**m** جرم بر حسب **kg**، **V** حجم بر حسب m^3)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی را جرم واحد حجم یا جرم حجمی نیز می‌نامند و آن را با ρ نمایش می‌دهند. واحد کمیت چگالی در **SI** عبارت است از: kg/m^3.

چگالی جامدها و مایع‌ها به طور کلی تابعی از فشار محیط نمی‌باشد و تغییرات آن نیز در اثر تغییرات دمای محیط مقدار ناچیزی است. بالابودن اندازه‌ی چگالی یک ماده، فشرده بودن مولکول‌های آن ماده را نشان می‌دهد. واحد دیگر کمیت چگالی g/cm^3 است که می‌توانید در تست‌ها برای تبدیل آن از رابطه ی زیر بهره بگیرید:

$$1kg/m^3 = \frac{1}{1000} g/cm^3 \quad \text{یا} \quad 1g/cm^3 = 1000 kg/m^3$$

www.fera.ir

www.fera.ir

نکته: منظور از شرایط استاندارد دمای $0^\circ C$ و فشار **atm** ۱ است.

مثال ۱: اگر در یک لیوان که از مایعی به چگالی $0/8 g/cm^3$ لبریز است، به آرامی یک قطعه آهن به جرم $78g$ و چگالی $7/8 g/cm^3$ بیاندازیم، چند گرم مایع بیرون می‌ریزد؟

۱) ۷۸ ۲) ۱۰ ۳) ۷/۸ ۴) ۸

پاسخ: حجم مایع بیرون ریخته با حجم قطعه آهن برابر است.

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{آهن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{0/8} = \frac{78}{7/8} \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \frac{78 \times 0/8}{7/8} = 8 \Rightarrow \boxed{m_{\text{مایع}} = 8g}$$

مثال ۲: دو استوانه ی هم ارتفاع و هم جرم دارای چگالی ρ و ρ' می‌باشند. اگر شعاع قاعده ی آن‌ها به ترتیب **R** و **3R** باشد، کدام رابطه زیر صحیح است؟

۱) $\rho = \rho'$ ۲) $\rho = 4\rho'$ ۳) $\rho = 3\rho'$ ۴) $\rho = 9\rho'$

پاسخ: (**h** و h' ارتفاع‌های دو استوانه و **A** و A' مساحت قاعده‌های آن دو می‌باشد)

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\frac{m'}{V'}}{\frac{m}{V}} \xrightarrow{m=m'} \frac{\rho'}{\rho} = \frac{V}{V'} = \frac{Ah}{A'h'} \xrightarrow{h=h'} \frac{\rho'}{\rho} = \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{R^2}{(3R)^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \boxed{\rho = 9\rho'}$$

مثال ۳: مکعبی به ضلع **5cm** از فلزی به چگالی $2 g/cm^3$ ساخته شده است که حفره ای خالی درون آن قرار دارد. اگر جرم مکعب **100g** باشد، حجم حفره چند سانتی متر مکعب است؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۴۵

پاسخ: گزینه (۳) می‌دانیم جرم مکعب **100g** است. محاسبه می‌کنیم این مقدار فلز چند سانتی متر مکعب فضا اشغال می‌کند:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{100}{2} \Rightarrow V = 50 cm^3$$

حجم مکعب را نیز محاسبه می‌کنیم: $V_{\text{مکعب}} = a^3 = 5^3 = 125 cm^3$

مکعب $125 cm^3$ حجم دارد، در حالی که جرم به کار رفته در آن بیشتر از $50 cm^3$ نمی‌تواند حجم اشغال کرده باشد. نتیجه واضح است تفاوت حجم موجود، به صورت حفره ای در داخل مکعب قرار گرفته است:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{مکعب}} - V_{\text{فلز}} = 125 - 50 = 75 \Rightarrow \boxed{V_{\text{مکعب}} = 75 cm^3}$$

نکته: هرگاه دو یا چند ماده طوری با یکدیگر مخلوط شوند که واکنش شیمیایی با یکدیگر نداشته باشند، چگالی مخلوط حاصل، از تقسیم جرم مجموع آن‌ها به حجم مجموعشان به دست می‌آید.

مثال ۴: فلزی به چگالی ρ و حجم V را با فلز دیگری به چگالی 4ρ و حجم $\frac{V}{4}$ مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط حاصل برابر کدام یک از گزینه‌های زیر خواهد بود؟

۱) 4ρ ۲) $\frac{5}{8}\rho$ ۳) $\frac{\rho}{4}$ ۴) $\frac{8}{5}\rho$

پاسخ: نسبت مجموع جرم این دو فلز به مجموع حجم آن دو، چگالی مخلوط حاصل خواهد بود:

$$\rho_T = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\rho_T = \frac{\rho V + 4\rho \times \frac{V}{4}}{V + \frac{V}{4}} = \frac{\rho V + \rho V}{\frac{5V}{4}} = \frac{8\rho V}{5V} = \frac{8}{5}\rho \Rightarrow \boxed{\rho_T = \frac{8}{5}\rho}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

۴- فشار

فشار را به صورت اندازه‌ی نیرویی که به صورت عمود بر واحد سطح وارد می‌شود تعریف می‌کنند و آن را با **P** نمایش می‌دهند. برای محاسبه فشار از رابطه روبرو بهره خواهیم برد: $\boxed{P=\frac{F}{A}}$

در **SI**، نیرو(**F**) را بر حسب **N**، مساحت (**A**) را بر حسب m^2 و فشار را بر حسب N/m^2 بیان می‌کنند. N/m^2 را پاسکال (**Pa**) هم می‌نامند.

$$۱\,N/m^2 = ۱\,Pa$$

۴- ۱) فشار ناشی از جامدها

وقتی بحث از فشار در جامدها می‌شود، عموما منظور این است که فشار ناشی از وزن جامدها بر سطح تکیه گاه را بیابیم. یعنی کافی است وزن ماده ی جامد را بر مساحت سطح تماس آن تقسیم نماییم تا به فشار ناشی از جامد دست یابیم.

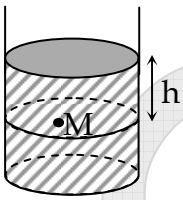
مثال ۵: یک مکعب مستطیل به جرم ۴ کیلوگرم و با ابعاد ۵ و ۴ و ۱۰سانتی متر را از مقطع کوچکتر روی سطح میز قرار داده‌ایم. فشار وارد بر میز چند پاسکال است؟

پاسخ:

$$A = ۵\times۴\times۱۰^{-۴} = ۰/۰۰۲\,m^2$$
$$F = mg = ۴\times۱۰ = ۴۰N$$
$$P = \frac{F}{A} = \frac{۴۰}{۰/۰۰۲} = ۲\times۱۰^۴\,Pa$$

۴- ۲) فشار در مایع‌ها و فشار ناشی از مایع‌ها

۴- ۲- ۱) فشار در داخل مایع‌ها: فرض کنید بخواهیم در شکل روبه رو فشار در نقطه **M** را بیابیم. ظرف استوانه ای شکل حاوی مایعی است با چگالی ثابت ρ و نقطه ی **M** در عمق **h** از مایع قرار دارد. یگانه فرمول فشاری که آموختیم، همان $P=\frac{F}{A}$ است که در این حالت **F**، وزن مایع بالای سر نقطه **M** است.



وزن مایع بالای سر نقطه **M** را به صورت روبه رو محاسبه می‌کنیم:

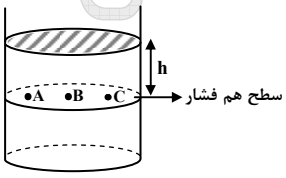
$$mg = \rho Vg = \rho Ahg$$

در رابطه فوق **A** مساحت مقطع ظرف و **V** حجم مایع بالای سر نقطه **M** است.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho gh \Rightarrow \boxed{P=\rho gh}$$

نکته: فشار در عمق **h** از یک مایع به شکل ظرف بستگی ندارد و تنها فاصله از سطح آزاد مایع برای محاسبه‌ی آن تعیین کننده است.

نکته: تمام نقاطی از یک مایع که در عمق یکسانی قرار دارند، دارای فشار یکسانی می‌باشند.



$$P_A = P_B = P_C$$

و هر چه عمق بیشتر گردد، فشار نیز بیشتر می‌شود.

سطح هم فشار به مجموعه نقاطی از یک مایع گفته می‌شود که در عمق معینی از سطح آزاد مایع قرار دارند و همگی دارای فشار یکسانی می‌باشند.

مثال ۶: در داخل یک تانکر حمل سوخت تا ارتفاع ۱۰ متری نفت می‌ریزیم. فشار در کف تانکر چند کیلو پاسکال است؟ $(\rho = ۹۰۰kg/m^3 \text{ و } g = ۱۰N/kg)$

۱) ۹۰ ۲) ۴۵۰۰۰ ۳) ۹۰۰۰۰ ۴) ۴۵

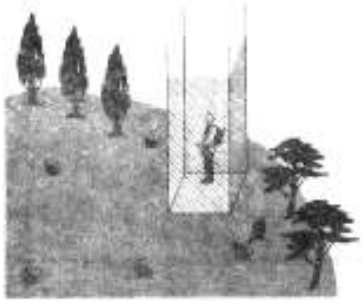
$$P = \rho gh = ۹۰۰\times۱۰\times۱۰ = ۹۰۰۰۰\,pa \Rightarrow \boxed{P = ۹۰kpa}$$

نکته: وقتی فشار در عمق خاصی از یک مایع را محاسبه نماییم، این تصور را نداشته باشید که این فشار تنها نیروی رو به پایین را بوجود می‌آورد. زیرا این فشار در آن نقطه از مایع بر تمامی جهات اثر می‌کند. چه رو به پایین و، چه رو به بالا و چه به اطراف فشار یکسانی را می‌توان در نظر گرفت.

www.fera.ir

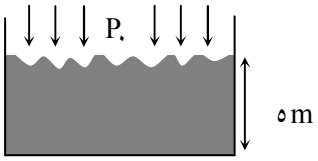
www.fera.ir

* فشار هوا



هوا یا همان جو زمین کل فضای اطراف ما را فرا گرفته است و به خاطر وزنی که دارد، به تمام اشیای داخل خود فشار وارد می‌سازد. فشار هوا را با $P_{\circ}$ نشان می‌دهند و مقدار آن در سطح آب‌های آزاد تقریبا در حدود $10^5\,Pa$ است. این فشار در حقیقت ناشی وزن ستون هوایی است که به $1m^2$ از سطح زمین وارد می‌شود. بدیهی است اگر ارتفاع مکان مورد نظر روی سطح زمین تغییر کند، به خاطر تغییر اندازه وزن ستون هوای بالای سر آن نقطه، فشار هوا نیز تغییر خواهد کرد.

مثال ۷: مایعی به چگالی $14000\,kg/m^3$ در ظرفی مطابق شکل روبه رو قرار دارد. هرگاه فشار هوا $10^5\,pa$ باشد، فشار کل در کف ظرف چند پاسکال است؟ $(g=10N/kg)$



۱) 10^5 ۲) 5×10^5

۳) 6×10^5 ۴) 8×10^5

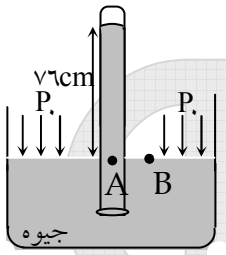
پاسخ: فشار کل عبارت است از فشار هوا به علاوه ی فشار ناشی از مایع در نقطه مورد نظر. توجه داشته باشید که فشار هوا عینا به تمام نقاط منتقل می‌شود. یعنی در هر نقطه از مایع که بخواهیم فشار کل را محاسبه کنیم، می‌بایست فشار هوا را با فشار ناشی از مایع در آن نقطه جمع نماییم.

$$P_{کل}=\rho gh+P_{\circ}=14000\times10\times5+10^5=700000+10^5$$

$$\Rightarrow P_{کل}=7\times10^5+10^5=8\times10^5 \Rightarrow \boxed{P_{کل}=8\times10^5\,Pa}$$

* اندازه گیری فشار هوا

وقتی لوله ای را مانند شکل مقابل در داخل جیوه قرار دهید، جیوه در داخل لوله بالا خواهد رفت. تنها علت بالا رفتن جیوه در لوله فشار هوایی است که به سطح آزاد آن وارد می‌شود. کافی است این آزمایش را در خلاء انجام دهید تا از بالا رفتن جیوه در لوله هیچ خبری نباشد. هر گاه این آزمایش درکنارسطح دریا انجام گیرد، جیوه در لوله ۷۶ سانتی متر بالا خواهد رفت. حال با توجه به شکل می‌توانیم فشار هوا را محاسبه نماییم:



در شکل فوق فشار نقاط **A** و **B** یکسان است؛ (هر دو در یک سطح از مایع قرار دارند.) فشار در نقطه‌ی **B** تنها ناشی از فشار هواست و فشار در نقطه **A** تنها ناشی از ستون جیوه ی بالای سر آن است: $(\rho_{Hg}=13600\,kg/m^3)$

$$\left.\begin{matrix}P_A=P_B\\P_B=P_{\circ}\end{matrix}\right\}\Rightarrow P_A=P_{\circ}$$

$$P_{\circ}=P_A=\rho gh=13600\times9/8\times0/76\approx1/01\times10^5\,Pa$$

این فشار یک اتمسفر (**atm**) نامیده می‌شود. و مقدار آن برابر فشار ناشی از ستون جیوه ای به ارتفاع **۷۶ cm** است. خودبه خود در این بحث سانتی متر جیوه نیز به عنوان واحد دیگری از کمیت فشار معرفی می‌گردد.

$$1atm=76\,cmHg\simeq1/01\times10^5\,Pa$$

به طور کلی هرگاه بخواهیم بدانیم ارتفاع معینی از یک مایع معادل چه ارتفاعی از یک مایع دیگر است، از رابطه ی روبه رو بهره می‌بریم:

$$\boxed{\rho_1h_1=\rho_2h_2}$$

مثال ۸: هر گاه فشار هوا 10^5 پاسکال باشد، فشار کل در عمق ۴۰ متری آب دریا چند اتمسفر خواهد بود؟ **(g =۱۰ N/kg)**

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه (۲). قرار است $P_{کل}$ را به دست آوریم.

$$P_{کل}=P_{\circ}+\rho gh=10^5+1000\times10\times40=10^5+4\times10^5=5\times10^5$$

$$P_{کل}=5\times10^5\,Pa$$

می‌توانیم با تقریب هر 10^5 پاسکال را معادل **۱ atm** در نظر بگیریم: $\Rightarrow P_{کل}=5\times10^5\,Pa=5\,atm$

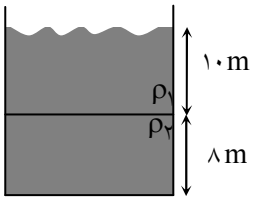
نکته: فشاری که به ازای هر ۱۰ متر پایین رفتن در آب حاصل می‌گردد، برابر $10^5\,pa$ یا همان **۱ atm** است.

$$1atm=10^5\,Pa=76cmHg=760mmHg$$

www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۹: در شکل مقابل فشار ناشی از دو مایع مخلوط نشدنی درکف ظرف چند سانتی متر جیوه است؟



$(\rho_1 = 3/4\,g/cm^3,\ \rho_2 = 5/1\,g/cm^3,\ g = 10N/kg)$

پاسخ:

راه حل اول: هرگاه بخواهید فشار در کف ظرف را بیابید، باید تمام ستون بالای سر آن نقطه را در نظر بگیرید. در این مثال هر نقطه در کف ظرف، دو نوع مایع بالای سر خود می‌بینند. پس می‌بایست فشار هر کدام را محاسبه و با هم جمع نماییم، یعنی در حالت کلی داریم:

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \dots$$

و در این تست:

$$(\rho_1 = 3400\,kg/m^3,\ \rho_2 = 5100\,kg/m^3) \Rightarrow P_{کف} = 3400\times10\times10 + 5100\times10\times8 = 340000 + 408000 = 748000\,Pa$$

می‌دانیم:

$$1\,cmHg = 1360\,Pa \Rightarrow P = 748000\,Pa = \frac{748000}{1360} = 550 \Rightarrow \boxed{P_{کف} = 550\,cmHg}$$

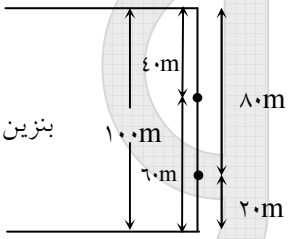
۴-۲-۲) فشار ناشی از مایع‌ها: مایع‌ها در داخل هر ظرفی که قرار داشته باشند، بر دیواره‌های آن ظرف و بر کف آن فشار وارد می‌سازند. این فشار ناشی از نیرویی است که به‌طور عمود بر دیواره و کف ظرف اثر می‌کند.

مثال ۱۰: درتانکر بنزین سربسته ای تا ارتفاع ۱۰۰ متر بنزین ریخته ایم. اگر دو سوراخ مشابه به مساحت $10cm^2$ در ارتفاع‌های ۲۰ و ۶۰ متری ایجاد کنیم، نسبت نیروی بنزین خروجی از سوراخ اول به نیروی بنزین خروجی از سوراخ دوم کدام است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) بدون داشتن چگالی بنزین حل مساله امکان پذیر نیست.

پاسخ: فرمول مربوط به محاسبه نیرو در دو سوراخ را به دست می‌آوریم: (A_1 و A_2 مساحت دو سوراخ ایجاد شده می‌باشند.)

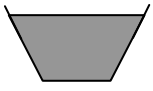


$$P_1 = \rho g h_1 \Rightarrow F_1 = \rho g h_1 A_1$$
$$P_2 = \rho g h_2 \Rightarrow F_2 = \rho g h_2 A_2$$
$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho g h_1 A_1}{\rho g h_2 A_2} \xrightarrow{A_1 = A_2} \frac{F_1}{F_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{80}{40} = 2 \Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{F_2} = 2}$$

حتماً توجه کرده اید که h_1 و h_2 فاصله ی دو نقطه از سطح بالای بنزین هستند نه ارتفاع این دو نقطه از کف تانکر.

نکته: نیروی وارد بر سطوح (کف یا جداره‌ها) ظرف از طرف محتویات آن بستگی به شکل ظرف نداشته و تنها به ارتفاع مایع در ظرف و مساحت سطح مورد نظر بستگی دارد.

مثال ۱۱: هرگاه در هر یک از ظرف‌های زیر مایع یکسانی را تا ارتفاع یکسانی ریخته باشیم، گذاشتن کدام یک از ظرف‌های زیر بر روی ترازو، عدد بزرگ تری را نشان می‌دهد؟ (مساحت کف تمام ظرف‌ها یکسان است)

۱) 

۲)

۳)

۴) عدد ترازو برای هر سه ظرف یکسان است.

پاسخ: گزینه (۱) در حل این تست با مشکل تفکیک دو نیرو مواجه هستیم. نیروی اول ناشی از فشاری است که مایع بر کف ظرف خود وارد می‌کند و نیروی دوم وزن این مایع‌ها می‌باشد. ترازو نیروی وزن را نشان می‌دهد و طبیعی است که ظرف موجود در گزینه‌ی (۱) به خاطر داشتن میزان مایع بیشتر وزن بیشتری نیز دارد و جواب این تست می‌باشد.

توجه: طبق نکته بالا نیروی وارد بر کف ظرف از طرف هر سه مایع، مقدار یکسانی است. بدان خاطر که ρ و h و A در هر سه ظرف مقدار یکسانی دارند.

*در ظرف‌هایی مانند گزینه ی (۱) همواره نیروی وزن بزرگ تر از نیروی وارد بر کف ظرف است.

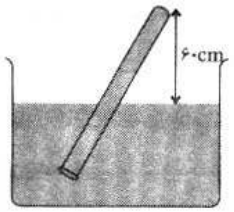
*درظرف‌هایی مانند گزینه ی (۲) نیروی وزن با نیروی وارد بر کف ظرف مساوی است.

*در ظرف‌هایی مانند ظرف گزینه ی (۳) نیروی وزن کوچک‌تر از نیروی وارد بر کف ظرف است.

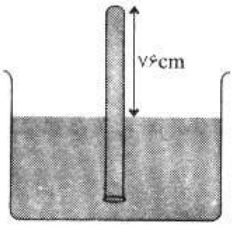
www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۱۲: در شکل مقابل، هرگاه مساحت مقطع لوله $۱۰cm^۲$ باشد، نیروی وارد بر ته لوله چند نیوتن است؟ $(g=۱۰N/kg \text{ و } P_۰=۷۶cmHg)$

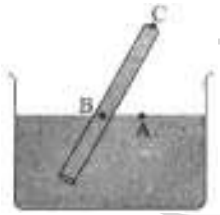


پاسخ: می‌دانید که در چنین حالتی به خاطر وجود فشار هوا، جیوه تمایل دارد تا ارتفاع ۷۶ سانتی متری لوله بالابرود. در مثال مطرح شده ته لوله در ارتفاع ۶۰ سانتی متری نگه داشته شده است. در این حالت جیوه ی داخل لوله نیرویی رو به بالا به ته لوله، وارد می‌سازد. زاویه لوله نسبت به سطح جیوه برای ما اهمیتی ندارد. تنها ارتفاع ته لوله از سطح جیوه مهم است. هر چند به سرعت می‌توان نتیجه گرفت که فشار در نقطه‌ی **C** اختلاف فشار ستون جیوه و فشار هواست؛ یعنی:



$$P_C = ۷۶cmHg - ۶۰cmHg = ۱۶cmHg$$

برای یافتن مقدارنیرو بر حسب نیوتن می‌بایست فشار نقطه **C** را بر حسب **Pa** به دست آوریم. داریم:

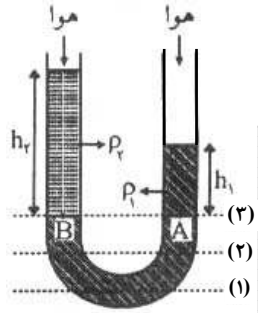


$$P_C = ۱۶cmHg = ۱۶ \times ۱۳۶۰ = ۲۱۷۶۰ \Rightarrow P_C = ۲۱۷۶۰Pa$$

$$F = P_C A = ۲۱۷۶۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۴} \simeq ۲۱/۷ \Rightarrow \boxed{F \simeq ۲۱/۷N}$$

۴- ۲- ۳) تعادل مایع‌های مخلوط نشدنی در لوله **U** شکل:

می‌خواهیم در شکل مقابل رابطه‌ای میان $\rho_۱$ و $\rho_۲$ پیدا کنیم.



در قدم اول می‌بایست یک سطح هم فشار مناسب بیابیم. سه سطح هم فشار را در شکل معلوم کرده‌ایم.هر یک این سطوح شامل نقاطی از یک مایع هستند که در یک ارتفاع قرار دارند. معمولاً سطح هم فشاری بیشتر مورد نظر است که از محل تلاقی دو مایع عبور کرده باشد. پس سطح هم فشار خود را همان سطح (۳) در نظر می‌گیریم. نقاط **A** و **B** روی این سطح دارای فشار یکسانی هستند: $P_A = P_B$

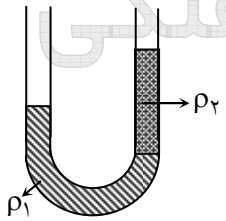
- نقطه‌ی **A** فشار خود را ناشی از مایع بالای سر خود و هوا می‌بیند. همین طور است برای نقطه‌ی **B** که فشار خود را ناشی از مایع بالای سر خود و هوا می‌بیند، یعنی داریم:

$$P_A = \rho_۱ g h_۱ + P_۰ \quad \text{و} \quad P_B = \rho_۲ g h_۲ + P_۰$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۱ g h_۱ + P_۰ = \rho_۲ g h_۲ + P_۰$$

$$\Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \Rightarrow \boxed{\frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{h_۱}{h_۲}}$$

مثال ۱۳: در یک لوله‌ی **U** شکل، دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ مطابق شکل وجود دارد. کدام گزینه درست است؟



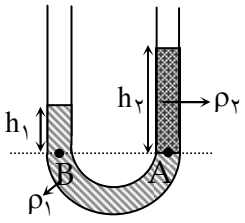
۱) $\rho_۱ > \rho_۲$

۲) $\rho_۲ \geq \rho_۱$

۳) $\rho_۱ \geq \rho_۲$

۴) $\rho_۲ > \rho_۱$

پاسخ: گزینه‌ی (۱). سطح هم فشار خود را در نظر گرفتیم. روابط را می‌نویسیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲$$

از روی شکل واضح است که $h_۲ > h_۱$ است، در نتیجه بدیهی است که $\boxed{\rho_۲ < \rho_۱}$

برداشت: در لوله‌های **U** شکل، در مورد دو مایع مخلوط ناشدنی در حال تعادل، مایعی که بالاتر قرار می‌گیرد، چگالی کم‌تری دارد.

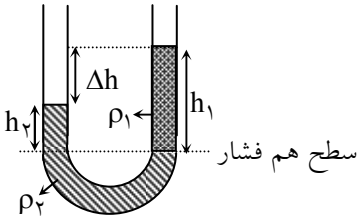
www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۱۴: دو مایع با چگالی‌های $\rho_1 = ۳۴۰۰ kg/m^۳$ $\rho_۲ = ۱۰۲۰۰ kg/m^۳$ در لوله‌ی U شکلی در حال تعادلند. هرگاه اختلاف ارتفاع دو مایع در دو شاخه‌ی لوله ۶ سانتی‌متر باشد، ارتفاع مایع اول در لوله چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۳

پاسخ: گزینه‌ی (۳) مایع با چگالی بیشتر، پایین‌تر قرار می‌گیرد.



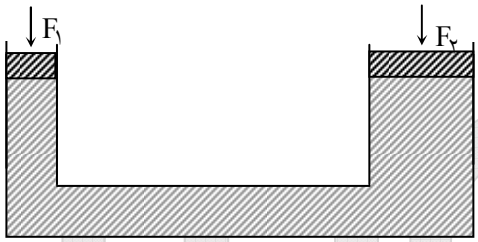
$$\rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲$$
$$\Delta h = h_۱ - h_۲ = ۶cm \Rightarrow h_۲ = h_۱ - ۶$$
$$(\rho_۱ = ۳/۴ g/cm^۳ \ , \ \rho_۲ = ۱۰/۲ g/cm^۳)$$
$$\rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ (h_۱ - ۶) \Rightarrow \rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۱ - ۶\rho_۲$$
$$\Rightarrow \rho_۲ h_۱ - \rho_۱ h_۱ = ۶\rho_۲ \Rightarrow h_۱ (\rho_۲ - \rho_۱) = ۶\rho_۲$$
$$\Rightarrow h_۱ = \frac{۶\rho_۲}{\rho_۲ - \rho_۱} \Rightarrow h_۱ = \frac{۶ \times ۱۰/۲}{۱۰/۲ - ۳/۴} = ۹ \ cm$$

۴-۲-۴) اصل پاسکال- بالابرهای هیدرولیکی:

اصل پاسکال: «در حالت تعادل، هر تغییری در فشار هر نقطه از یک سیال به طور یکنواخت به تمام نقاط آن سیال منتقل می‌شود.» این اصل بیشتر خود را در مایع‌ها نشان می‌دهد. انتقال فشار ناشی از تراکم پذیری اندک مایع‌هاست.

هر گاه فشار نقطه‌ای از یک مایع (سیال) در حال تعادل به اندازه‌ی ΔP افزایش یا کاهش یابد، فشار بقیه‌ی نقاط مایع (سیال) نیز به همان میزان افزایش یا کاهش پیدا خواهد کرد.

بالابر هیدرولیکی: بالابر هیدرولیکی نمودی از به کارگیری اصل پاسکال در صنعت است. امروزه بالابرهای هیدرولیکی بسیار فراوان مورد استفاده قرار می‌گیرند. اصول فیزیکی کار این بالابرها همان انتقال فشار بدون تغییر، در مایع‌ها است.



به پیستون کوچک‌تر نیروی $F_۱$ را وارد می‌سازیم. در نتیجه فشار ایجاد شده توسط این پیستون به میزان $\frac{F_۱}{A_۱}$، به تمام نقاط مایع از جمله به زیر پیستون بزرگ‌تر منتقل می‌شود. برای رسیدن به تعادل، نیرویی مانند $F_۲$ باید به پیستون بزرگ‌تر اثر کند تا فشار حاصل از آن با فشار پیستون کوچک‌تر برابر گردد، یعنی: $\boxed{\frac{F_۱}{A_۱} = \frac{F_۲}{A_۲}}$

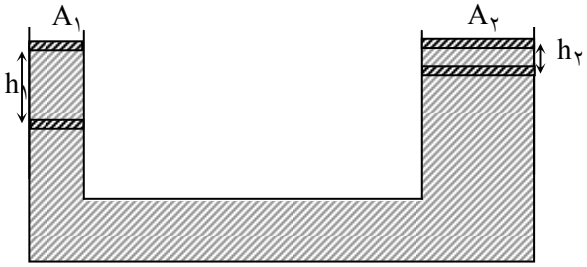
مثال ۱۵: در یک منگنه آبی قطر مقطع پیستون بزرگ ۱۰ برابر قطر مقطع پیستون کوچک است. اگر پیستون کوچک به مایع فشار وارد کند و ۴۰ سانتی‌متر درون استوانه جابه‌جا شود، پیستون بزرگ چند سانتی‌متر جا به جا خواهد شد؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۴ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

پاسخ: طبق رابطه کلی داریم:

$$\frac{F_۱}{A_۱} = \frac{F_۲}{A۲} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{A_۱}{A_۲}$$

از طرفی حجم آب جابه‌جا شده در دو طرف منگنه آبی یکسان است.



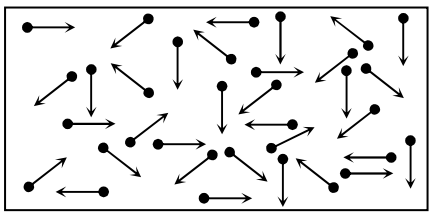
$$V_۱ = V_۲$$
$$A_۱ h_۱ = A_۲ h_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = \frac{h_۲}{h_۱}$$
$$A = \frac{\pi d^۲}{۴} \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = (\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$
$$\Rightarrow \frac{A_۲}{A_۱} = (\frac{d_۲}{d_۱})^۲ = \frac{h_۱}{h_۲} \Rightarrow (۱۰)^۲ = \frac{۴۰}{h_۲} \Rightarrow h_۲ = ۰/۴ cm$$

ملاحظه می‌شود که پیستون بزرگ بسیار کمتر از پیستون کوچک جا به جا می‌شود.

www.fera.ir

www.fera.ir

۴- ۳) فشار در گازها



گازها نیز با وجود چگالی اندک خود، مانند مایع‌ها بر محفظه‌هایی که در آن قرار دارند و نیز بر اجسامی که داخل شان قرار می‌گیرند، فشار وارد می‌سازند. همان‌طور که هوا بر ما که داخل هوا قرار داریم، فشار وارد می‌سازد. هرگاه مقداری گاز در داخل فضای بسته‌ای قرار گرفته باشد، مولکول‌های گاز به مقدار فراوان با جداره‌های محفظه برخورد می‌کنند و همین برخوردها باعث اعمال نیرویی به جداره‌ها می‌شود. در حقیقت فشار گازها از برخورد مولکول‌های گاز با جداره‌ها یا اجسامی که درون گاز قرار دارند، به وجود می‌آید.

چگالی گازها بسیار اندک است. ناچیز بودن چگالی گازها دو نتیجه دارد:

اول این که نمی‌توان از فرمول ρgh برای محاسبه‌ی فشار گازها استفاده کرد. مقدار محاسبه شده از این روش برای فشار بسیار ناچیز بوده و قابل چشم‌پوشی است. در حقیقت وزن گازها ایجاد فشار نمی‌کند.

دوم این که تفاوت فشاری میان نقاط مختلف گاز وجود ندارد. در یک محفظه به خاطر ناچیز بودن ρ، زیاد یا کم شدن **h** تأثیری در مقدار فشار ندارد. به همین خاطر با تقریب خوب می‌توان تمام نقاط یک گاز را هم فشار در نظر گرفت. از این پس هر گاه صحبت از فشار گازی در یک محفظه نماییم، منظور مقدار متوسط فشاری است که در تمام نقاط آن به طور یکسان وجود دارد.

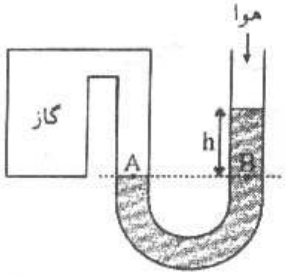
مثال ۱۶: یک گروه کوهنوردی تصمیم دارند تا قله‌ای ۱۵۰۰ متری را فتح نمایند. هرگاه فشار هوا در سطح زمین $76cmHg$ باشد، کوهنوردان چه تغییری را در فشار هوا برحسب پاسکال در نوک قله تجربه خواهند کرد؟ $(\rho_{هوا}=1/36\frac{kg}{m^3})$

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰۴۰۰ ۴) ۲۰۴

پاسخ: $\Delta P=\rho g\Delta h=1/36\times10\times1500=20400Pa$

۴- ۳- ۱) فشار سنج- فشار پیمانه‌ای: برای محاسبه‌ی فشار گازها از فشار سنج استفاده می‌کنند. مطابق شکل مقابل بدیهی است که وقتی مایعی را درون لوله‌ی **U** شکلی ریخته باشیم، ارتفاع آن در دو شاخه یکسان خواهد بود. حال اگر یک شاخه از این لوله را به محفظه‌ی گازی متصل کنیم، اختلاف ارتفاعی میان سطوح مایع در دو شاخه پدید می‌آید که همین اختلاف ارتفاع، ناشی از فشار گاز می‌باشد. سطح هم فشار، روی شکل مشخص شده است و نقاط **A** و **B** هم فشارند. $P_A=P_B$

فشار نقطه‌ی **A** تنها ناشی از فشار گاز درون محفظه می‌باشد که آن را با P_g نمایش می‌دهیم. فشار در نقطه‌ی **B** نیز، ناشی از فشار ستون مایع بالای سر آن و فشار هوا می‌باشد:



$$\left.\begin{matrix}P_A=P_g\\P_B=\rho gh+P_\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow P_g=P_\circ+\rho gh$$

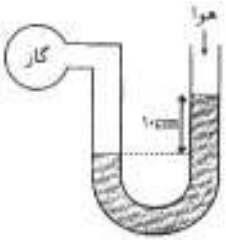
(**h** همان تفاوت ارتفاع سطوح مایع در دو شاخه است.)

برای این که کار محاسبه‌ی فشار گازها آسان‌تر صورت گیرد، عبارت جدیدی تعریف می‌شود به نام فشار پیمانه‌ای که به صورت زیر تعریف می‌شود:

«فشار پیمانه‌ای تفاضل فشار هوا و فشار گاز درون محفظه است.»؛ یعنی:

$$\text{فشار پیمانه‌ای}=P_g-P_\circ=\rho gh$$

مثال ۱۷: هرگاه در شکل مقابل چگالی مایع درون فشار سنج $1/7g/cm^3$ باشد، فشار گاز درون محفظه چند پاسکال است؟ $(g=10N/kg)$ و فشار هوا ۷۶ سانتی‌متر جیوه می‌باشد و $\rho_{Hg}=13600kg/m^3$.



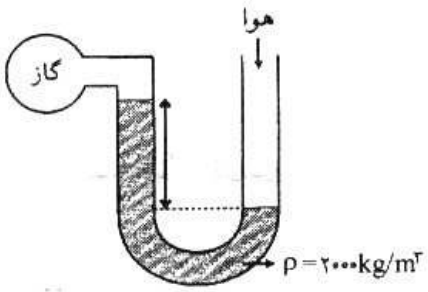
پاسخ:

$$\rho=1/7g/cm^3=1700kg/m^3\ ,\ h=10cm=0/1m$$
$$P_g=P_\circ+\rho gh=0/76\times13600\times10+1700\times10\times0/1$$
$$P_g=105060Pa$$

www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۱۸: با توجه به فشار سنج شکل مقابل، فشار گاز درون محفظه چند پاسکال می‌باشد؟ $(g = ۱۰N/kg \text{ و } P_۰ = ۱۰^۵ Pa)$



۱) ۶×۱۰^۴

۲) $۱۰^۵$

۳) ۸×۱۰^۴

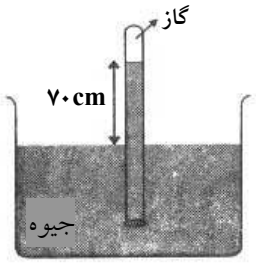
۴) ۱۲×۱۰^۴

نکته: هر گاه در فشار سنجی، ارتفاع مایع ستون چسبیده به محفظه‌ی گاز بالاتر از ارتفاع مایع ستون دیگر باشد، بدین معنی است که فشار گاز کم‌تر از فشار هواست و در این حالت داریم:

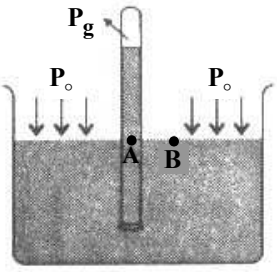
$$P_g = P_۰ - \rho gh$$

$$P_g = P_۰ - \rho gh = ۱۰^۵ - ۲۰۰۰\times۱۰\times۲ = ۱۰\times۱۰^۴ - ۴\times۱۰^۴ \Rightarrow \boxed{P_g = ۶\times۱۰^۴ Pa}$$

مثال ۱۹: در شکل مقابل، فشار گاز موجود در انتهای لوله چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(P_۰ = ۷۵cmHg)$



پاسخ:



$$P_A = P_B$$

$$P_g + \rho gh = P_B = P_۰ \Rightarrow P_g = P_۰ - \rho gh$$

$$\Rightarrow P_g = ۷۵cmHg - ۷۰cmHg = ۵cmHg \Rightarrow \boxed{P_g = ۵cmHg}$$

فصل ۶: گرما و قانون گازها

۱- گرما

«دما کمیتی است نسبی و مقایسه‌ای برای تعیین میزان گرمی یا سردی یک جسم نسبت به گرمی یک جسم قرار دادی»

۱- ۱) دماسنجی: برای اندازه‌گیری دما، روش‌ها و ابزارهای متنوعی وجود دارد.به راه و روش اندازه‌گیری و تعین دما، دماسنجی می‌گوییم. اساس اندازه‌گیری دما مربوط به تغییر کمیت‌های دماسنجی است. کمیت‌های دماسنجی، کمیت‌هایی هستند که با تغییر آن‌ها می‌توان دمای یک جسم را اندازه‌گیری کرد. برخی از کمیت‌های دماسنجی عبارتند از: طول،حجم مایعات، رنگ، فشار گاز در حجم ثابت، مقاومت ویژه‌ی فلزات.

۱- ۲) دماسنج:به اسبابی که اندازه‌گیری دما توسط آن‌ها انجام می‌شود، دماسنج می‌گویند. اساس کار هر دماسنج بر پایه‌ی اندازه‌گیری تغییرات یکی از کمیت‌های دماسنجی است که متناسب با تغییر دما در آن دماسنج ظاهر می‌شود.

وقتی دماسنج را در مجاورت یک جسم قرار می‌دهیم، پس از مدتی دماسنج و آن جسم به تعادل گرمایی می‌رسند و دماسنج دمای تعادل را نشان می‌دهد. (اصل صفرم ترمودینامیک)

۱- ۲- ۱) مدرج کردن دماسنج‌ها: قبل از مدرج کردن دماسنج دو چیز را باید قرار داد کنیم: یکم: یک یا دو ثابت که به آن‌ها نقطه‌های ثابت دماسنجی می‌گویند. دوم: مقیاس (واحد)دما. ما در این جا فقط دو مقیاس درجه‌ی سلسیوس و کلوین را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

الف- مقیاس درجه‌ی سلسیوس $(^\circ C)$: در درجه‌بندی سلسیوس دمای ذوب یخ را در فشار یک اتمسفر، $(۱۰^۵ Pa)$ صفر درجه‌ی سلسیوس (نقطه‌ی ثابت پایینی) و دمای بخار آب (خالص) در حال جوش در فشار یک اتمسفر را $۱۰۰^\circ C$ (نقطه‌ی ثابت بالایی) در نظر می‌گیریم. بین $۰^\circ C$ تا $۱۰۰^\circ C$ به صد قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم، هر قسمت بیانگر $۱^\circ C$ است.

www.fera.ir

www.fera.ir

نکته: شرایط ویژه‌ی مدرج کردن یک دماسنج معمولی بر اساس درجه‌بندی سلسیوس به شرح زیر است:

۱- یخ و آب باید خالص باشند (اگر یخ خالص نباشد، دمای ذوبش کاهش می‌یابد و اگر آب، ناخالص باشد دمای جوشش افزایش می‌یابد).

۲- فشار محیط باید $10^5\,Pa$ یا $1atm$ باشد (زیرا نقاط ذوب و جوش آب با تغییر فشار تغییر می‌یابند).

۳- برای تعیین دمای صفر درجه‌ی سلسیوس، مخزن دماسنج را در مخلوط یخ در حال ذوب قرار می‌دهیم و برای تعیین دمای صد درجه‌ی سلسیوس، مخزن دماسنج را در مجاورت بخار آب در حال جوش قرار می‌دهیم.

ب- مقیاس دمای مطلق (کلوین):در دستگاه بین‌المللی واحدها **(SI)** به جای سلسیوس، یکای دیگری به نام کلوین را به‌کار می‌برند و آن را با نماد **K** نمایش می‌دهند. دما برحسب کلوین را معمولاً با نماد **T** نشان می‌دهند. در درجه‌بندی کلوین مبدأ دماسنجی صفر مطلق است.

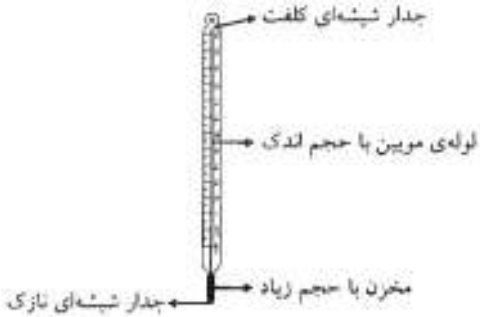
صفر کلوین (صفر مطلق) تقریباً برابر $-273^\circ C$ است و هر کلوین معادل یک درجه‌ی سلسیوس است؛ بدین ترتیب رابطه‌ی بین درجه‌بندی سلسیوس و کلوین به‌صورت زیر خواهد بود:

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273$$

تغییرات دما برحسب درجه‌ی سلسیوس معادل تغییرات دما برحسب کلوین است. این نکته را می‌توان به‌صورت تحلیلی نیز اثبات کرد، به شرح زیر:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = (\theta_2 + 273) - (\theta_1 + 273) \Rightarrow \Delta T(K) = \Delta\theta(^\circ C)$$

۱- ۲- ۲) انواع دماسنج‌ها: می‌توان بر اساس هر یک از تغییراتی که در اثر تغییر دما بر روی کمیت‌های دماسنجی انجام می‌شود، دماسنج‌های متفاوتی ساخت. برخی از این دماسنج‌ها را به‌صورت زیر معرفی می‌کنیم:



الف- دماسنج معمولی (انبساطی):معمول‌ترین نوع دماسنج است که بر اساس انبساط و انقباض ماده در اثر تغییر دما (تغییرات حجم مایع درون مخزن در اثر تغییر دما) ساخته می‌شود. دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی از این نوع هستند.

ساختمان این دماسنج در شکل مقابل به تصویر کشیده شده است. برای اندازه‌گیری دمای یک جسم مخزن دماسنج را در تماس کامل با جسم قرار می‌دهیم و مدتی (حدود دو الی سه دقیقه) صبر می‌کنیم تا ارتفاع مایع در لوله‌ی دماسنج ثابت بماند. عددی که در مقابل سطح مایع در لوله ثبت می‌شود را می‌خوانیم. این عدد دمای آن جسم را نشان می‌دهد.

نکته: محدوده‌ی عمل کرد دماسنج‌های معمولی را نقطه‌ی انجماد و جوش مایع به‌کار رفته در دماسنج تعیین می‌کند. این محدوده‌ها برای دماسنج‌های جیوه‌ای و الکلی مطابق جدول زیر است:

مایع	نقطه‌ی جوش $(^\circ C)$	نقطه‌ی ذوب $(^\circ C)$
جیوه	۳۵۷	-39
الکل	۷۸	-115

پ- دماسنج (تب‌سنج) پزشکی: این دماسنج از نوع دماسنج‌های جیوه‌ای است که بین ۳۵ تا ۴۲ درجه‌ی سلسیوس مدرج شده است. بالای مخزن جیوه‌ی آن خمیدگی باریکی وجود دارد تا جیوه‌ی درون آن پس از جدا شدن دماسنج از بدن به‌سرعت به مخزن بازنگردد.

۲- تعبیر مولکولی دما و انرژی دورنی

با توجه به مدل ذره‌ای ماده، مولکول‌های تشکیل دهنده‌ی ماده دائماً در حال حرکت و جنبش هستند. این ذرات به علت موقعیت مکانی نسبت به وضع تعادلشان، دارای انرژی پتانسیل و به سبب حرکت‌شان دارای انرژی جنبشی‌اند. بنابه تعریف «مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی تمام مولکول‌های یک جسم را انرژی دورنی گویند.»و باید توجه داشت که در تغییر فاز، با وجود آن‌که انرژی درونی جسم تغییر می‌کند، دمای جسم و انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های آن تغییر نمی‌کنند و ثابت می‌مانند که در ادامه در این زمینه بیشتر بحث خواهیم کرد. اکنون ما می‌دانیم «بین دمای جسم و انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های جسم، رابطه‌ای وجود دارد.»

«دمای مطلق هر جسم، متناسب با انرژی جنبشی متوسط مولکول‌های تشکیل دهنده‌ی آن جسم است».

۳- گرما

«گرما مقدار انرژی‌ای است که به‌دلیل اختلاف دما، بین یک جسم و جسم دیگری که با آن در تماس است، مبادله می‌شود.»

گرما نوعی انرژی است. بنابراین یکای آن در **SI**، ژول **(J)** است و همان‌طور که می‌دانید این کمیت را با نماد **Q** نشان می‌دهند.

نکته:در شرایط معمولی گرما از جسم گرم‌تر (با دمای بالاتر) به جسم سردتر (با دمای پایین‌تر) منتقل می‌شود.

انتقال خودبه‌خودی گرما به جرم‌های دو جسم بستگی ندارد. به‌عبارت دیگر انتقال خودبه‌خودی گرما به اختلاف انرژی جنبشی متوسط ذرات تشکیل دهنده‌ی دو جسم یا چند جسمی که با هم در تماس‌اند، وابسته است.

www.fera.ir

www.fera.ir

۴- تأثیر گرما بر اجسام

گرما به دو گونه بر روی اجسام تأثیرگذار است. جابه‌جایی آن میان مواد می‌تواند باعث «تغییر دما» یا «تغییر فاز (حالت)» جسم گیرنده‌ی گرما (یا جسم دهنده‌ی گرما) شود.

۴-۱) تأثیر گرما بر دمای اجسام:

مقدار گرمای لازم برای تغییر دمایی معین در یک جسم با عوامل زیر رابطه‌ی مستقیم دارد:

الف- جرم جسم **(m)**: هر چه جرم جسمی بیشتر باشد، برای تغییر دمای آن، گرمای بیشتری مورد نیاز است.

ب- گرمای ویژه: برای ایجاد یک تغییر معین در دمای جسم‌های هم جرم و غیر هم جنس به مقدارهای متفاوتی گرما نیاز است؛ لذا برای هر ماده‌ای کمیتی به نام گرمای ویژه **(c)** به‌صورت زیر تعریف می‌شود که به جنس جسم بستگی دارد:

«گرمای ویژه‌ی هر جسم مقدار گرمایی است که اگر به یک کیلوگرم از جسم داده شود، دمای آن را یک درجه‌ی سلسیوس (یا یک کلوین) بالا می‌برد.»

$$\boxed{Q = mc\Delta\theta = mc\Delta T}$$

با توجه به رابطه‌ی فوق یکای گرمای ویژه **(c)** در **SI**،ژول برکیلوگرم کلوین $(\frac{J}{kgK})$ است. یک $\frac{J}{kgK}$ معادل یک $\frac{J}{kg^\circ C}$ هم هست.

مثال ۱: یک قطعه‌ی ۲۰۰ گرمی از فولاد را که دمای آن $150^\circ C$ است، در یک ظرف آب سرد می‌اندازیم و دمای آن به $50^\circ C$ می‌رسد. گرمای مبادله شده چند ژول است؟ $(c_{\text{فولاد}} = 420 J/kg^\circ C)$

پاسخ:

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1) = 0/2 \times 420(50 - 150) = 84 \times (-100) = -8400J$$

برداشت: علامت $\Delta\theta$ تعیین کننده‌ی علامت **Q** است. ملاحظه بفرمایید:

جسم گرما گرفته است. $\Leftrightarrow Q > 0 \Leftrightarrow \Delta\theta > 0$ $\Leftrightarrow$ دمای جسم بالا رفته است.

جسم گرم از دست داده است. $\Leftrightarrow Q < 0 \Leftrightarrow \Delta\theta < 0$ $\Leftrightarrow$ دمای جسم پایین آمده است.

مثال ۲: یک گرمکن الکتریکی با توان $150W$ را در تماس با $2kg$ آلومینیم قرار می‌دهیم. اگر این گرمکن ۴ دقیقه روشن باشد و دمای اولیه‌ی آلومینیم $10^\circ C$ باشد، دمای نهایی آن چند کلوین است؟ $(c_{Al} = 900 J/kgK)$ و فرض کنید تمام گرمایی که گرمکن تولید می‌کند، به آلومینیم منتقل می‌شود.)

۱) ۲۹۳ ۲) ۳۰۳ ۳) ۳۴۸ ۴) ۲۸۳

پاسخ:

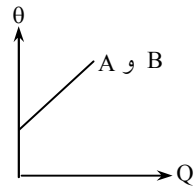
$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = Pt = 150 \times 240 J$$

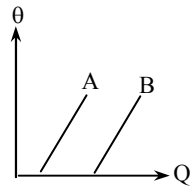
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{150 \times 240}{2 \times 900} = \frac{240}{12} = 20^\circ C$$

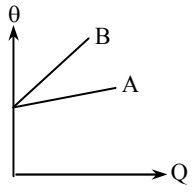
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 20 = \theta_2 - 10 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ C$$

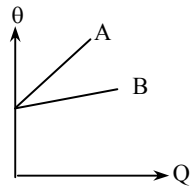
$$T_2 = \theta_2 + 273 \Rightarrow T_2 = 30 + 273 \Rightarrow \boxed{T_2 = 303K}$$

مثال ۳: به دو گلوله‌ی فلزی **A** و **B** که جرم و دمای آن‌ها یکسان است، جداگانه و به کندی در هر ثانیه به مقدار مساوی گرما می‌دهیم. اگر $c_A > c_B$ باشد، کدام یک ازنمودارهای زیر تغییرات دمای آن‌ها را برحسب گرمایی که به آن‌ها داده می‌شود، درست نشان می‌دهد؟

۱) 

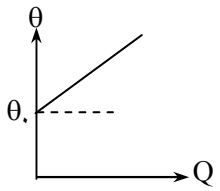
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: مطابق رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ نتیجه می‌گیریم، $\Delta\theta = \frac{1}{mc}\Delta Q$. یعنی نمودار θ برحسب **Q** خطی است راست که شیب آن برابر $\frac{1}{mc}$ است. به‌صورت زیر:

$$\text{شیب نمودار} = \frac{1}{mc}$$



با توجه به این‌که $c_A > c_B$ است؛ لذا شیب نمودار **A** کمتر از نمودار **B** خواهد بود، پس گزینه‌ی (۳) پاسخ درست این تست خواهد بود.

www.fera.ir

www.fera.ir

۴-۱-۱) تعادل گرمایی- دمای تعادل

گفتیم علت شارش گرما بین دو جسم که با هم در تماسند، فقط و فقط این است که دمای دو جسم برابر نیست و تبادل خودبه‌خودی گرما باعث می‌شود تا دمای دو جسم به یکدیگر نزدیک شود. این تبادل گرما تا وقتی که دمای دو جسم برابر شود ادامه دارد. در چنین وضعیتی می‌گوییم دو جسم به «تعادل گرمایی» رسیده‌اند و در این حالت دمای مشترک را «دمای تعادل»گویند.

در پدیده‌ی تعادل گرمایی مقدار گرمایی که جسم گرم‌تر از دست می‌دهد **(Q)** تا به تعادل گرمایی برسد همان مقدار گرمایی است که جسم سردتر (Q') دریافت می‌کند، یعنی داریم:

اندازه‌ی گرمای گرفته شده توسط جسم با دمای پایین‌تر (Q') = اندازه‌ی گرمای داده شده توسط جسم با دمای بالاتر **(Q)**

$$|Q| = Q'$$

با توجه به این‌که دمای جسم گرم‌ترکاهش یافته است، بدون شک باید $Q<0$ باشد ولی دمای جسم سردتر افزایش یافته است، بنابراین $Q'>0$ است؛ بدین ترتیب می‌توان گفت: «جمع جبری گرمای مبادله شده بین دو جسمی که به تعادل گرمایی رسیده‌اند، برابر صفر است.» یعنی داریم:

$$Q + Q' = 0$$

نکته: تعادل گرمایی فقط به دو جسم محدود نمی‌شود. اگر دو یا چند جسم با هم تبادل گرمایی داشته باشند و هیچ گرمایی تلف نشود، پس از تعادل گرمایی خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = 0$$

مثال ۴: قطعه فلزی به جرم $400g$ و دمای $90^\circ C$ را داخل $500g$ آب $2^\circ C$ قرار می‌دهیم. اگر تبادل گرما فقط بین آب و فلز صورت گیرد، دمای تعادل آن‌ها چند درجه‌ی سلسیوس است؟ ($c_{\text{فلز}} = 500 J/kg^\circ C$ و $c_{\text{آب}} = 4200 J/kg^\circ C$)

پاسخ:

$$\text{فلز} \begin{cases} m_1 = 400g = 0/4kg \\ \theta_1 = 90^\circ C \\ c_1 = 500 J/kg^\circ C \end{cases} \qquad \text{آب} \begin{cases} m_2 = 500g = 0/5kg \\ \theta_2 = 2^\circ C \\ c_2 = 4200 J/kg^\circ C \end{cases}$$

$$\sum Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0 \Rightarrow 0/4 \times 500 (\theta_e - 90) + 0/5 \times 4200 (\theta_e - 2) = 0$$

$$200\theta_e - 18000 + 2100\theta_e - 4200 = 0 \Rightarrow \theta_e = \frac{22200}{2300} \Rightarrow \theta_e = \frac{222}{23} \simeq 9/6^\circ C$$

به‌طور کلی هرگاه دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در مجاورت هم قرار گرفته و به تعادل گرمایی برسند (و تغییر فیزیکی یا گذار فاز نداشته باشند)، دمای تعادل (θ_e) را می‌توان به کمک رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3 + \ldots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + \ldots} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i c_i \theta_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i c_i}$$

حالت خاص (۱): اگر تبادل گرمایی بین دو یا چند جسم با دماهای اولیه‌ی متفاوت ولی از یک جنس انجام شود، در این صورت رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر در خواهد آمد:

$$\theta_e = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \theta_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

حالت خاص (۲): اگر تبادل گرما بین دو یا چند جسم که جرم‌شان یکسان است و فقط دماهای اولیه‌شان متفاوت است، انجام شود، رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\theta_e = \frac{\sum_{i=1}^{n} \theta_i}{n}$$

یعنی در واقع در این حالت یک عملیات میانگین‌گیری بین θ_iها (دماهای اولیه) باید انجام داد.

www.fera.ir

www.fera.ir

۴- ۱- ۲) ظرفیت گرمایی

ظرفیت گرمایی مقدار معینی از یک ماده، برابر است با گرمای لازم، برای آن‌که دمای آن ماده را یک درجه‌ی سلسیوس افزایش دهد، بدون آن‌که تغییر شیمیایی یا تغییر حالت فیزیکی در آن ماده ایجاد شود. می‌توان رابطه‌ی بین ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\boxed{A = mc}$$

در رابطه‌ی بالا، c گرمای ویژه، m جرم جسم و A ظرفیت گرمایی آن است که یکای آن در SI، J/K است. می‌دانید $\frac{J}{K}$ معادل $\frac{J}{^\circ C}$ است.

نکته: هرگاه به دو جسم با ظرفیت گرمایی متفاوت، گرمای یکسانی داده شود، جسمی که ظرفیت گرمایی بیشتری دارد، تغییر دمای آن کم‌تر خواهد بود.

$$\left.\begin{matrix} A_1 > A_2 \\ Q_1 = Q_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta\theta_1 < \Delta\theta_2$$

مثال ۵: ۲/۵ کیلوگرم از مایعی به گرمای ویژه‌ی $400\,J/kg^\circ C$ درون گرماسنجی قرار دارد و دمای مجموعه‌ی آن‌ها $40^\circ C$ است. در چنین شرایطی $0/5\,kg$ از فلزی به گرمای ویژه‌ی $1000\,J/kg^\circ C$ و دمای $200^\circ C$ درون گرماسنج قرار می‌دهیم. اگر دمای مجموعه پس از تعادل $80^\circ C$ شود، ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI کدام است؟

۱) $500\,J/kg^\circ C$ ۲) $500\,J/^\circ C$ ۳) $2000\,J/kg^\circ C$ ۴) $2000\,J/^\circ C$

پاسخ: در این تست با سه جسم مواجه هستیم که به تعادل گرمایی می‌رسند.

$$\text{مایع}\begin{cases} m_1 = 2/5\,kg \\ \theta_1 = 40^\circ C \\ c_1 = 400\,J/kg^\circ C \end{cases} \quad \text{گرماسنج}\begin{cases} m_2 = ? \\ \theta_2 = 40^\circ C \\ c_2 = ? \end{cases} \quad \text{فلز}\begin{cases} m_3 = 0/5\,kg \\ \theta_3 = 200^\circ C \\ c_3 = 1000\,J/kg^\circ C \end{cases}$$

$$\theta_e = 80^\circ C$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1c_1(\theta_e - \theta_1) + m_2c_2(\theta_e - \theta_2) + m_3c_3(\theta_e - \theta_3) = 0$$

$$2/5 \times 400(80-40) + m_2c_2(80-40) + 0/5 \times 1000(80-200) = 0$$

$$40000 + 40m_2c_2 - 60000 = 0 \Rightarrow 40m_2c_2 = 20000 \Rightarrow m_2c_2 = 500\,J/^\circ C$$

$$\boxed{A_2 = m_2c_2 = 500\,J/^\circ C}$$

۴- ۲) تغییر فاز

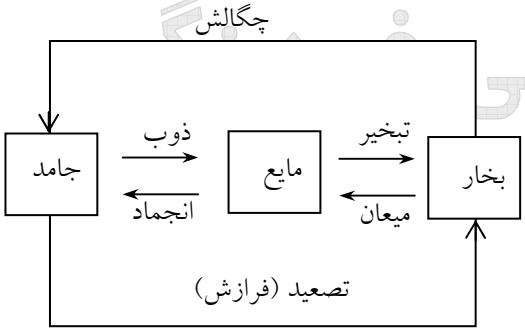
وقتی به جسمی گرما می‌دهیم، اگر دمایش ثابت بماند حتماً اتفاق دیگری در شرف وقوع است. این اتفاق چیزی نیست جز گذار فاز یا تغییر حالت ماده.

نکته: در فشار ثابت، گذار فاز در یک دمای معین رخ می‌دهد. به این دمای ثابت، دمای گذار می‌گویند. بنابراین می‌توانیم بگوییم در فشار ثابت اگر به جسمی گرما دهیم و

الف) $\Delta T = 0$ باشد، جسم در حال تغییر حالت است.

ب) $\Delta T \neq 0$ باشد، حالت جسم تغییر نمی‌کند.

نکته: تغییر حالت (گذار فاز) در هر مورد با نام مشخص، شناخته می‌شوند.



۴- ۲- ۱) ذوب

ذوب یک فرایند گذار فاز است که سبب تبدیل ماده از فاز جامد به فاز مایع می‌شود. امکان ندارد که جسم جامد در فشار ثابت بدون دریافت گرما، ذوب شده و به مایع تبدیل شود، بدین ترتیب ذوب، یک فرایند گرماگیر است.

عمل ذوب در فشار ثابت، در دمای معینی (که در تمام مدت انجام این فرایند ثابت می‌ماند) به نام «نقطه‌ی ذوب» یا «دمای ذوب» انجام می‌گیرد.

اینک دو تعریف مهم پیش‌رو داریم:

گرمای نهان ویژه‌ی ذوب (L_F): به مقدار گرمایی که به $1kg$ از جسم جامد می‌دهیم تا در دمای ثابت (نقطه‌ی ذوب) به‌طور کامل به مایع تبدیل شود، گرمای نهان ویژه‌ی ذوب می‌گویند. یکای گرمای نهان ویژه‌ی ذوب در SI ژول بر کیلوگرم $(\frac{J}{kg})$ است.

www.fera.ir

www.fera.ir

گرمای نهان ذوب (Q_F): به مقدار گرمایی که به تمام جرم جسم جامد می‌دهیم تا در دمای ثابت (نقطه‌ی ذوب) به‌طور کامل به مایع تبدیل شود، گرمای نهان ذوب گویند.

با مقایسه‌ی این دو تعریف می‌توانیم رابطه‌ی زیر را کشف کنیم:

$$\boxed{Q_F = mL_F}$$

نقطه‌ی ذوب و گرمای نهان ویژه‌ی ذوب از ویژگی‌های منحصر به فرد می‌باشند؛ یعنی هر ماده نقطه‌ی ذوب و گرمای نهان ویژه‌ی ذوب خاص خود را دارد.

نکته: دمای ذوب به دو عامل «جنس جسم» و «فشار وارد بر آن» بستگی دارد. افزایش فشار وارد بر جسم باعث بالا رفتن نقطه‌ی ذوب اکثر اجسام می‌شود.

توجه: ناخالصی باعث پایین رفتن نقطه‌ی ذوب می‌شود. یخ خالص در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس ذوب می‌شود؛ در حالی که یخی که از آب نمک به‌وجود آمده است، در دمای $-۱۸^\circ C$ ذوب می‌شود.

نکته: فرایند ذوب اغلب باعث افزایش حجم می‌شود. افزایش فشار بر یخ، نقره، چدن و بیسموت باعث پایین آمدن نقطه‌ی ذوب آن‌ها می‌شود. یخ، نقره، چدن و بیسموت وقتی ذوب می‌شوند، حجمشان کاهش می‌یابد.

دیدید که فرایند انجماد وارون ذوب است؛ یعنی اگر از مایعی در نقطه‌ی انجماد (که همان نقطه‌ی ذوب است) گرما بگیریم، به جامد تبدیل می‌شود. گرمای نهان ویژه‌ی انجماد منفی گرمای نهان ویژه‌ی ذوب است. رابطه‌ی زیر نشان می‌دهد که فرایند انجماد یک فرایند گرمازاست:

$$Q_{\text{انجماد}} = -mL_F$$

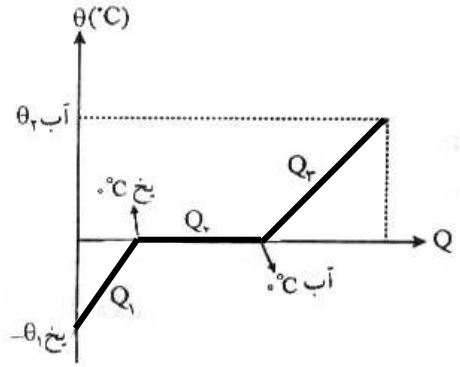
مثال ۶: جسمی پس از ذوب ازدیاد حجم پیدا می‌کند. افزایش فشار وارد بر جسم باعث می‌شود که نقطه‌ی ذوب آن.....

۱) بالا برود ۲) پایین بیاید.

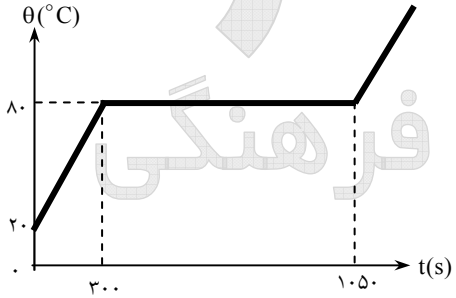
۳) تافشار معینی بالا رود و سپس پایین بیاید. ۴) ثابت باقی بماند.

پاسخ: با توجه به مطالب گفته شده در بالا گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: نمودار تغییرات دمای یخ $-\theta_1{}^\circ C$ تا وقتی که به آب $\theta_2{}^\circ C$ تبدیل می‌شود، برحسب گرمای داده شده به آن مطابق شکل زیر است.



مثال ۷: به یک جسم جامد ۲ کیلوگرمی توسط یک گرمکن ۲۰۰ واتی گرما می‌دهیم. نمودار تغییرات دمای این جسم با زمان مطابق شکل روبه‌رو است. با استفاده از این نمودار گرمای ویژه‌ی جامدو گرمای نهان ویژه‌ی ذوب آن را محاسبه کنید.



پاسخ: از نمودار فوق واضح است که جسم تا لحظه‌ی $۳۰۰s$ جامد است و با در نظر گرفتن تعریف توان گرمایی داریم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{mc\Delta\theta}{t} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۲\times c(۸۰-۲۰)}{۳۰۰} \Rightarrow \boxed{c = ۵۰۰ J/kg^\circ C}$$

از روی نمودار می‌توان گفت در لحظه‌ی $۳۰۰s$ جسم جامد به نقطه‌ی ذوب می‌رسد و از این لحظه به بعد با گرفتن گرما دمایش در $۸۰^\circ C$ ثابت می‌ماند. در بازه‌ی زمانی $۳۰۰s$ تا $۱۰۵۰s$ تغییر حالت داده و به مایع $۸۰^\circ C$ تبدیل می‌شود. نهایت داریم:

$$P = \frac{Q_t}{\Delta_t} \Rightarrow P = \frac{mL_F}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۲\times L_F}{۷۵۰} \Rightarrow \boxed{L_F = ۷/۵\times ۱۰^۴ J/kg}$$

نکته: اگر قطعه یخی بادمای $۰^\circ C$ و به جرم m' را داخل مقداری آب به جرم **m** و دمای θ بیاندازیم، برای تعیین دمای تعادل به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$Q = Q_{\text{آب}} = mc(\theta - ۰) = mc\theta$$

www.fera.ir

www.fera.ir

آب Q مقدار گرمایی است که آب از دست می‌دهد تا به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود.

$$Q' = Q_{\text{یخ}} = m'L_F$$

یخ Q مقدار گرمایی است که یخ لازم دارد تا تماماً ذوب شود.

حالا مسئله را روی سه وضعیت بررسی می‌کنیم:

۱- $Q_{\text{یخ}} > Q_{\text{آب}}$ باشد: در این شرایط تمام یخ، ذوب شده و دمای تعادل (θ_e) بیش از صفر درجه‌ی سلسیوس است و رابطه‌ی زیر همواره بر قرار است:

$$mc_{\text{آب}}(\theta_e - \theta) + m'L_F + m'c_{\text{آب}}(\theta_e - ۰) = ۰$$

۲- $Q_{\text{یخ}} = Q_{\text{آب}}$ باشد:در این صورت تمام یخ ذوب شده و دمای تعادل نیز صفر درجه‌ی سلسیوس است.

۳- $Q_{\text{یخ}} < Q_{\text{آب}}$ باشد: در این شرایط مقداری از یخ ذوب شده و مقداری باقی می‌ماند و در نهایت دمای تعادل مخلوط آب و یخ، صفر درجه‌ی سلسیوس خواهد بود. در این صورت داریم:

$$mc_{\text{آب}}\theta = m''L_F$$

در رابطه‌ی بالا m'' جرم یخ ذوب شده است. در این وضعیت داریم:

جرم یخ باقی مانده $= m' - m''$ (جرم یخ ذوب- جرم یخ اولیه)

جرم آب در ظرف پس از تعادل $= m' + m''$ (جرم یخ ذوب شده + جرم آب اولیه)

مثال ۸: ۵۰ گرم یخ صفر درجه‌ی سلسیوس را با ۲۰۰g آب $۲۰^\circ C$ در ظرفی عایق قرار می‌دهیم. پس از رسیدن به تعادل گرمایی..... (از تبادل گرما با محیط صرف‌نظر کنید؛ $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ J/kg^\circ C$ و $L_F = ۳/۴ \times ۱۰^۵ J/kg$)

۱) دمای تعادل بالاتر از صفر درجه‌ی سلسیوس است.

۲) دمای تعادل پایین‌تر از صفر درجه‌ی سلسیوس است.

۳) دمای تعادل برابر صفر درجه‌ی سلسیوس است.

۴) درباره‌ی دمای تعادل نمی‌توان اظهار نظر قطعی نمود.

پاسخ:

$$mc_{\text{آب}}(\theta_e - \theta) + m'L_F + m'c_{\text{آب}}(\theta_e - ۰) = ۰$$

$$\theta_e = \frac{mc_{\text{آب}}\theta - m'L_F}{(m+m')c_{\text{آب}}} = \frac{(۰/۲ \times ۴۲۰۰ \times ۲۰) - (۰/۰۵ \times ۳/۴ \times ۱۰^۵)}{(۰/۲ + ۰/۰۵) \times ۴۲۰۰} = \frac{۱۶۸۰۰ - ۱۷۰۰۰}{۱۰۵۰} < ۰$$

ملاحظه می‌فرمایید که $\theta_e < ۰$ است؛ یعنی دمای تعادل صفر درجه‌ی سلسیوس است و فقط قسمتی از یخ ذوب شده است. همین‌جا می‌توانیم گزینه‌ی درست تست را تشخیص دهیم یعنی گزینه‌ی (۳). ولی بد نیست جرم یخ ذوب شده را حساب کنیم:

$$m'' = \frac{mc\theta}{L_F} = \frac{۱۶۸۰۰}{۳/۴ \times ۱۰^۵} \simeq ۰/۰۴kg$$

جرم یخ ذوب شده $m'' = ۴۰g$

مثال ۹: گرماسنجی محتوی مقداری آب $۱۲^\circ C$ است. ۲۰۰ گرم یخ صفر درجه‌ی سلسیوس وارد آن می‌کنیم؛ دمای تعادل $۴^\circ C$ می‌شود. اگر گرمای نهان ویژه‌ی ذوب یخ $۳۳۶ kJ/kg$ و گرمای ویژه‌ی آب $۴/۲ kJ/kg^\circ C$ باشد ظرفیت گرمایی گرماسنج و آب درون آن چند ژول بر درجه‌ی سلسیوس است؟

۱) ۸۸۲۰ ۲) ۶۷۲۰ ۳) ۷۰۵۶ ۴) ۸۸۰۰

پاسخ: دمای آب و گرماسنج در ابتدا $۱۲^\circ C$ است و پس از تعادل هر دوی آن‌ها به $۴^\circ C$ می‌رسد. اگر ظرفیت گرمایی آب و گرماسنج را با A نشان دهیم، مقدار گرمایی که از دست می‌دهند برابر $A\Delta\theta$ خواهد بود در این‌جا داریم:

$A = m_{\text{آب}}c_{\text{آب}} + m_{\text{گرماسنج}}c_{\text{گرماسنج}}$ (ظرفیت گرمایی آب و گرماسنج)

در این مرحله فرایندهای انجام گرفته را تعیین می‌کنیم:

$$۰^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_۱} ۰^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_۲} ۴^\circ C \text{ آب}$$

$$۱۲^\circ C \text{ آب و گرماسنج} \xrightarrow{Q_۳} ۴^\circ C \text{ آب و گرماسنج}$$

حالا با توجه به قانون تعادل گرمایی می‌توانیم بنویسیم:

$$\sum Q = ۰ \Rightarrow Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰ \Rightarrow m_{\text{یخ}}L_F + m_{\text{یخ}}c_{\text{آب}}\Delta\theta = A\Delta\theta'$$

$$\Rightarrow ۰/۲ \times ۳۳۶ + ۰/۲ \times ۴/۲ \times ۴ = A \times (۱۲ - ۴) \Rightarrow A = ۸/۸۲ kJ/^\circ C \Rightarrow \boxed{A = ۸۸۲۰ J/^\circ C}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

۴-۲-۲) جوشیدن و تبخیر ناشی از آن

تبخیر ناشی از جوشیدن یک فرایند گرماگیر است که طی آن یک مایع در دمای معین (نقطه‌ی جوش) با گرفتن گرما به بخار همان مایع تبدیل می‌شود. نقطه‌ی جوش هر مایع به جنس آن و فشار وارد بر آن بستگی دارد.

گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر (L_V): به مقدار گرمایی که به $1kg$ از جسم مایع می‌دهیم تا در دمای ثابت (نقطه‌ی جوش) به‌طور کامل به بخار تبدیل شود، گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر می‌گویند. یکای گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر در SI، ژول بر کیلوگرم $(\frac{J}{kg})$ است.

گرمای نهان تبخیر (Q_V): به مقدار گرمایی که به تمام جرم جسم مایع می‌دهیم تا در دمای ثابت (نقطه‌ی جوش)به‌طور کامل به بخار تبدیل شود، گرمای نهان تبخیر می‌گویند.

همان‌طور که رابطه‌ی Q_F را تشخیص دادیم می‌توانیم رابطه‌ی Q_V را هم بنویسیم:

$$\boxed{Q_V = mL_V}$$

هر ماده نقطه‌ی جوش و گرمای نهان ویژه‌ی جوش خاص خود را دارد.

در مورد فرایند جوش و تبخیر تجربه نشان می‌دهد:

۱- در تمام مدت جوش، دمای مایع ثابت می‌ماند. گرمایی که مایع دریافت می‌کند، باعث افزایش انرژی پتانسیل مولکول‌ها می‌شود و انرژی جنبشی و در نتیجه دمای مایع ثابت می‌ماند.

۲- به‌طور کلی افزایش فشار وارد بر سطح یک مایع (بدون استثناء)دمای جوش آن را افزایش می‌دهد؛ زیرا هرچه‌قدر فشار وارد بر سطح مایع بیشتر باشد، فرار کردن مولکول‌ها از سطح مایع سخت‌تر می‌شود و مولکول‌ها نیاز دارند که انرژی جنبشی بیشتری داشته باشند تا به‌واسطه‌ی آن بتوانند از سطح فرار کنند و این نیاز به داشتن دمای جوش بالاتر است مانند سریعتر پخته‌شدن غذا در زودپز که ناشی از افزایش فشار در دیگ است.

برای مثال آب در ارتفاعات راحت‌تر به جوش می‌آید؛ زیرا در ارتفاعات فشار هوا کم‌تر است و این امر نقطه‌ی جوش را کاهش می‌دهد.

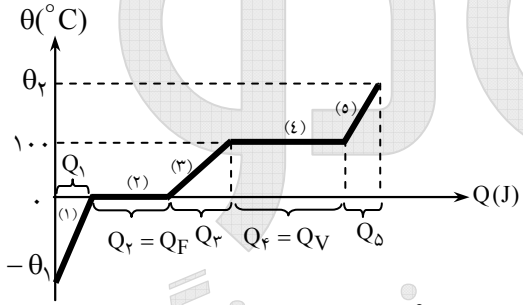
۳- ناخالصی در مایع، باعث بالارفتن نقطه‌ی جوش می‌شود.

۴- فرایند جوشیدن وتبخیر باعث افزایش حجم ماده می‌شود. یعنی حجم بخار ایجاد شده، از حجم آن، به صورت مایع، بیشتر است.

۵- فرایند میعان که وارون فرآیند تبخیر است فرآیندی گرمازاست و گرمای نهان ویژه ی میعان، منفی گرمای نهان ویژه ی تبخیر است:

$$\boxed{Q = -mL_V}$$

نمودار «دما- گرما» برای تبدیل جرم معینی از یخ $-\theta_1^\circ C$ به بخار آب $\theta_2^\circ C$ به صورت مقابل است:



مثال ۱۰: چند گرم بخار آب $100^\circ C$ را با $590g$ آب $10^\circ C$ مجاور کنیم تا دمای تعادل به $50^\circ C$ برسد؟ (گرمای نهان ویژه ی تبخیر آب $2268J/g$ و ظرفیت گرمایی ویژه ی آب $4/2J/g^\circ C$ است.)

۱) ۳۵ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

پاسخ: ابتدا فرایندها را مشخص می‌کنیم:

$$\text{بخار آب } 100^\circ C \xrightarrow[Q_1]{\text{میعان}} \text{آب } 100^\circ C \xrightarrow[Q_2]{\text{کاهش دما}} \text{آب } 50^\circ C$$

$$\text{آب } 10^\circ C \xrightarrow[Q_3]{\text{افزایش دما}} \text{آب } 50^\circ C$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -m_1 L_V + m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta_1 + m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2 = 0$$

$$-m_1 \times 2268 + m_1 \times 4/2 \times (50-100) + 590 \times 4/2 \times (50-10) = 0$$

$$m_1 = \frac{590 \times 4/2 \times 40}{2268 + 210} \Rightarrow \boxed{m_1 = 40g}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۱۱: $۴g$ بخار آب $۱۰۰^\circ C$ حداکثر چند گرم یخ صفر درجه ی سلسیوس را ذوب می‌کند؟

$(L_V = ۲۲۶۸kJ/kg\ ,\ L_f = ۳۳۶kJ/kg, c_{آب} = ۴۲۰۰J/kg)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

پاسخ:

گام اول: مقدار گرمایی را که $۴g$ بخار آب $۱۰۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب صفر درجه‌ی سلسیوس تبدیل شود را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_T = |-mL_V| + |mc\Delta\theta| = \frac{۴}{۱۰۰۰} \times ۲۲۶۸۰۰۰ + \frac{۴}{۱۰۰۰} \times ۴۲۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۷۵۲J$$

گام دوم: براساس قانون تعادل گرمایی مقدار گرمایی که بخار آب $۱۰۰^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود برابر مقدار گرمایی است که یخ $۰^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $۰^\circ C$ تبدیل شود (ذوب شود)، یعنی داریم:

$$Q_T = mL_F \Rightarrow m = \frac{Q_T}{L_F} = \frac{۱۰۷۵۲}{۳۳۶۰۰۰} = ۰/۰۳۲ \Rightarrow \boxed{m = ۳۲g}$$

۴-۲-۳) تبخیر سطحی

احتمالاً همه ی شما تجربه کرده اید که اگر مقداری الکل یا عطر را روی دستتان بریزید پس از چند لحظه، ناپدید می‌شود.

در این آزمایش مولکول‌های مایع به صورت بخار یا گاز در فضا پراکنده می‌شوند. گریز مولکولهای مایع (به دلیل انرژی جنبشی ای که دارند) را تبخیر سطحی گویند.

آهنگ تبخیر سطحی به عوامل زیر بستگی دارد:

الف) جنس مایع: مایعی مانند الکل خیلی سریع تر از آب دچار تبخیر سطحی می‌شود و بعضی مایعات مانند «اِتر» اصولاً به مایعات «فرّار» معروفند.

ب) دما: افزایش دما سبب افزایش انرژی جنبشی متوسط مولکول‌ها می‌شود و همین عمل خروج ذرات را از سطح مایع آسان تر می‌کند.

پ) سطح مایع: هر اندازه سطح تماس مایع با هوای آزاد بیشتر باشد، خروج مولکول‌ها از مایع سریع تر و راحت‌تر امکان پذیر می‌شود.

ت) وجود بخار از جنس مایع: اگر در فضای اطراف یک ظرف مایع، بخاری از همان جنس مایع وجود داشته باشد، عمل تبخیر به کندی صورت می‌گیرد.

ج) وزش باد: وزش باد، مولکول‌هایی که قبلاً خارج شده اند را کنار می‌زند تا راه برای خروج مولکول‌های بعدی باز شود. هر اندازه سرعت باد بیشتر باشد، عمل تبخیر از سطح مایع سریع تر صورت می‌گیرد.

نکته: فراموش نکنید تبخیر سطحی در هر دمایی اتفاق می‌افتد.

دو تفاوت عمده‌ی تبخیر سطحی و جوشیدن چنین است:

الف) عمل جوشیدن همراه با تشکیل حباب است در حالی که در تبخیر سطحی چنین پدیده ای دیده نمی‌شود.

ب) عمل جوشیدن فقط در دمای معینی به نام دمای جوش اتفاق می‌افتد ولی تبخیر سطحی در هر دمایی صورت می‌پذیرد.

۵- اثر تغییر دما بر ابعاد اجسام

اغلب اجسام (جامد، مایع و گاز) در اثر گرفتن گرما و افزایش دما منبسط می‌شوند. با افزایش دمای یک جسم انرژی جنبشی مولکولهای آن افزایش یافته و سبب افزایش دامنه ی نوسان اتم‌ها و مولکولهای آن می‌شود و همین امر سبب می‌شود تا مولکول‌ها جای بیشتری را اشغال کنند. این پدیده را انبساط گویند. عکس این عمل نیز صادق است؛ یعنی به هنگام گرفتن گرما از جسم، دامنه ی نوسان اتم‌ها و مولکول‌های آن کاهش یافته و ابعاد جسم کوچک می‌شود. این پدیده را انقباض می‌گوییم.

پدیده ی انبساط در جامدات به صورت طولی، سطحی و حجمی نمایان می‌گردد. ولی در سیالات انبساط فقط به صورت حجمی خواهد بود.

۵-۱) انبساط جامدات

۵-۱-۱) انبساط طولی: انبساط طولی یا تغییر طولی (ΔL) یک میله از جنس معین به دو عامل بستگی دارد،

الف- طول اولیه‌ی میله $(L_۱)$؛ب- مقدار تغییر دما (ΔT) یا $(\Delta\theta)$

یعنی در مقایسه ی افزایش طول دو میله ی هم جنس، هر کدام که طول اولیه و افزایش دمای بیشتری داشته باشد، افزایش طول آن بیشتر خواهد بود.حالا اگر دو میله ی فلزی هم طول و هم دما، اما از جنس‌های مختلف انتخاب کنیم و دمای هر دو میله را به یک اندازه افزایش دهیم، مشاهده می‌شود که مقدار انبساط آن‌ها یکسان نیست. توجیه این اختلاف به کمک یک کمیت فیزیک انجام می گیرد که نام آن ضریب انبساط طولی یا ضریب انبساط خطی، است و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم:

اگر به جسمی به طول $۱m$ گرما دهیم تا دمایش $(۱^\circ C)$ یا $۱K$ افزایش یابد، طول آن به اندازه ی α تغییر می کند. α همان ضریب انبساط طولی است.

با توجه به آن چه گفتیم رابطه ی انبساط طولی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boxed{\Delta L = L_۱ \alpha \Delta T}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

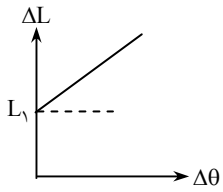
یکای ضریب انبساط طولی (α) در SI، K^{-1} (یک بر درجه ی کلوین) می‌باشد.

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \alpha L_1 \Delta T \Rightarrow \boxed{L_2 = L_1(1+\alpha\Delta T)}$$

می‌توانیم این رابطه‌ها را بر حسب درجه‌ی سلسیوس نیز بنویسیم؛ که در این صورت یکای ضریب انبساط طولی $^\circ C^{-1}$ تعیین می‌گردد.

$$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta\theta)$$

نکته: نمودار طول- دمای یک میله به صورت خط راستی است که شیب آن برابر $L_1\alpha$ تعیین می‌شود. به‌عنوان نمونه به نمودار مقابل توجه کنید:



$$\boxed{\text{شیب نمودار} = L_1\alpha}$$

مثال ۱۲: دمای یک میله‌ی فلزی را چند درجه‌ی سلسیوس افزایش دهیم تا طول آن ۰/۱ درصد افزایش یابد؟ (ضریب انبساط خطی میله $۲\times۱۰^{-۶}\ /^\circ C$ فرض شود)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) ۲۵۰۰۰

پاسخ:

گام اول: از این که گفته شده طول میله ۰/۱ درصد افزایش یافته است، در می‌یابیم مقدار ΔL برابر ۰/۱ درصد طول اولیه (L_1) بوده است.

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \Rightarrow \frac{۰/۱}{۱۰۰}L_1 = ۲\times۱۰^{-۶}\times L_1 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۱۰۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = ۵۰۰^\circ C}$$

مثال ۱۳: ضریب انبساط خطی فلزی $۵\times۱۰^{-۵}\ /K$ است. ورقه ای مستطیل شکل به ابعاد $۲۰cm\times۳۰cm$ از این فلز در اختیار داریم. هنگامی که دمای این ورقه را $۱۰۰k$ افزایش می دهیم، محیط مستطیل چند میلی متر افزایش می‌یابد؟

۱) ۰/۶ ۲) ۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۸

پاسخ: محیط هر جسمی از جنس طول است یعنی یکای آن متر، سانتی متر و... خواهد بود. بدین ترتیب اگر محیط اولیه ی جسم در دمای θ_1، P_1 باشد و دمای آن را به θ_2 برسانیم در این صورت:

$$\Delta P = \alpha P_1 \Delta\theta \quad و \quad P_2 = P_1(1+\alpha\Delta\theta)$$

$$\Delta P = ۵\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰\times۱۰۰ = ۰/۵cm = ۵mm$$

۵-۱-۲) انبساط سطحی: چنانچه طول و عرض جسمی در مقایسه با ضخامتش بزرگ باشد، انبساط سطحی آن‌ها مدنظر قرار می گیرد و اگر دمای آن‌ها افزایش یابد، بزرگی سطح آن‌ها افزایش می یابد.

«ضریب انبساط سطحی برابر است با افزایش مساحت واحد سطح یک جسم جامد به ازای افزایش دمای یک کلوین.»

ثابت می شود، ضریب انبساط سطحی یک جسم تقریباً دو برابر ضریب انبساط طولی آن است. ضریب انبساط سطحی به جنس جسم بستگی دارد و یکای آن در SI، همان $۱/k$ یا $۱/^\circ C$ است.

هرگاه با دادن گرما دمای جسمی (مسطح) به مساحت واحد را $(۱^\circ C)۱K$ افزایش دهیم، مساحت آن به میزان ۲α تغییر می‌کند.

با این وصف رابطه‌ی انبساط سطحی اجسام به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\boxed{\Delta A = A_1(۲\alpha)\Delta T}$$

و مقدار مساحت (A_2) آن پس از افزایش دما برابر است با:

$$\boxed{A_2 = A_1(1+۲\alpha\Delta T)}$$

واضح است که نمودار تغییرات مساحت بر حسب تغییرات دما، خط راستی است که شیب آن برابر $۲\alpha A_1$ است.

مثال ۱۴: اگر دمای قرص فلزی را $۵۰۰^\circ C$ افزایش دهیم، به مساحت آن به اندازه‌ی ۲ درصد مساحت اولیه افزوده می‌شود. ضریب انبساط خطی قرص چند واحد SI است؟

۱) $۱/۵\times۱۰^{-۵}$ ۲) ۲×۱۰^{-۵} ۳) ۴×۱۰^{-۵} ۴) ۵×۱۰^{-۵}

پاسخ: با مرور تست فوق در می‌یابیم $\Delta A = \frac{۲}{۱۰۰}A_1$ است، لذا داریم:

$$\Delta A = ۲\alpha A_1 \Delta\theta \Rightarrow \frac{۲}{۱۰۰}A_1 = ۲\times\alpha\times A_1\times۵۰۰ \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۵\times۱۰^{۴}} = ۰/۲\times۱۰^{-۴} \Rightarrow \boxed{\alpha = ۲\times۱۰^{-۵}\ /^\circ C}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

۵- ۱- ۳) انبساط حجمی:

«ضریب انبساط حجمی برابر است با افزایش حجم واحد حجم یک جسم جامد به اندازه‌ی افزایش دمای یک درجه کلوین»

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T$$
$$V_2 = V_1(1+\beta\Delta T)$$

ضریب انبساط حجمی تقریباً ۳ برابر ضریب انبساط طولی و ۱/۵ برابر ضریب انبساط سطحی است: $\beta \simeq 3\alpha$

مثال ۱۵: طول هر یال مکعبی در دمای $20^\circ C$، $10cm$ است دما را به چند درجه‌ی سلسیوس برسانیم تا حجم مکعب به اندازه‌ی $4cm^3$ افزایش یابد؟ $(\alpha = \frac{1}{3}\times 10^{-3}/^\circ C)$

۱) ۴ ۲) ۲۴ ۳) ۳۲ ۴) ۱۲

پاسخ:

$$V_1 = (10)^3 = 1000\ cm^3$$
$$4 = 1000\times 3\times \frac{1}{3}\times 10^{-3}\times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 4^\circ C$$
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \theta_2 = 20+4 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 24^\circ C}$$

۵- ۲) انبساط مایعات

مایعات در اثر گرما منبسط شده و انبساط آن‌ها بیشتر از جامدات است. به بیان دیگر ضریب انبساط حجمی مایعات از ضریب انبساط حجمی جامدات بیشتر است. با توجه به این که شکل مایعات تابع شکل ظرف است لذا ظرف و مایع هر دو با هم منبسط می‌شوند. انبساط ظرف باعث پایین آمدن سطح مایع در ظرف می‌گردد، حال آن که انبساط مایع باعث بالا رفتن سطح مایع در ظرف می‌شود. چیزی که ما در هنگام انبساط مایع در ظرف مشاهده می‌کنیم، تفاوت انبساط خود مایع و انبساط ظرف است که به آن انبساط ظاهری می‌گوییم.

۵- ۲- ۱) انبساط واقعی و ظاهری مایعات: در این جا نیز مانند جامدات لازم است ضریب انبساط واقعی (مطلق) برای مایع تعریف شود؛ این کمیت فیزیکی را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

«ضریب انبساط واقعی یک مایع برابر است با افزایش حجم یکای حجم آن مایع به‌ازای یک کلوین افزایش دما، آن را با β نشان می‌دهیم و یکای آن در SI یک بر کلوین $(1/K)$ است.

اگر مایعی به حجم V_1 با افزایش دمای ΔT، افزایش حجمی برابر ΔV پیدا کرده باشد، داریم:

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta T$$

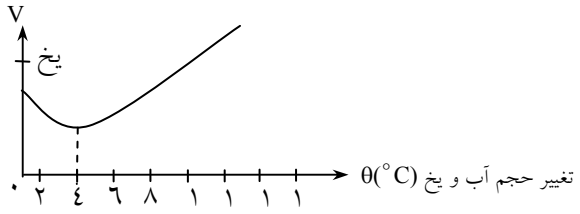
مثال ۱۶: ظرفی به حجم $500cm^3$ را از مایعی پر می‌کنیم و دمای آن را $400^\circ C$ افزایش می‌دهیم. چند سانتی‌متر مکعب مایع از ظرف سرریز می‌شود؟

$(\beta_{\text{جیوه}} = 1/8\times 10^{-4}/^\circ C$ و $\alpha_{\text{ظرف}} = 10^{-5}/^\circ C)$

پاسخ: مقدار مایعی که از ظرف سر ریز می‌شود، در واقع همان انبساط ظاهری مایع است و برای محاسبه‌ی آن ابتدا ضریب انبساط ظاهری مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta' = \beta - 3\alpha = 1/8\times 10^{-4} - 3\times 10^{-5} = 1/5\times 10^{-4}/^\circ C$$
$$\Delta V' = V_1\beta'\Delta\theta = 500\times 1/5\times 10^{-4}\times 400 \Rightarrow \boxed{\Delta V' = 30cm^3}$$

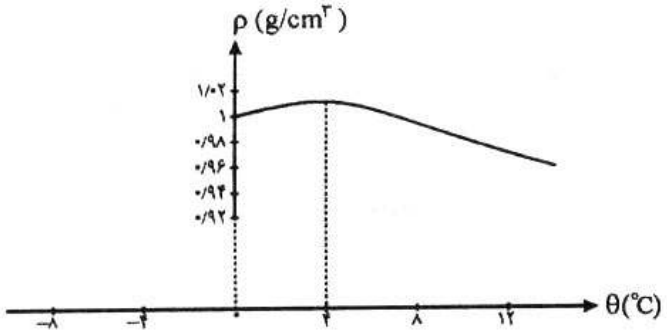
۵- ۲- ۲) انبساط آب، غیر عادی است: حجم اجسام در اثر ذوب افزایش می‌یابد. به استثنای بعضی مواد از جمله یخ که اگر آن را ذوب کنیم از حجمش کاسته می‌شود و جالب این جاست که پس از ذوب کامل یخ و تبدیل آن به آب $0^\circ C$ با ادامه‌ی روند گرمادهی و افزایش دما، باز هم کاهش حجم رخ می‌دهد و این ماجرای به ظاهر عجیب تا وقتی که آب به دمای $4^\circ C$ برسد ادامه می‌یابد. از $4^\circ C$ به بعد تغییر حجم آب عادی خواهد شد و همراه افزایش دما حجمش نیز زیاد خواهد شد. نمودار تغییرات حجم یخ پس از ذوب و تغییرات حجم آب در اثر تغییر دما را در شکل می‌بینید.



www.fera.ir

www.fera.ir

می‌توان تغییرات چگالی آب بر حسب دما را به صورت مقابل نشان داد. این نمودار نشان می‌دهد چگالی آب از $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ افزایش و از $4^\circ C$ به بالا کاهش می‌یابد.



۶- انتقال گرما

انتقال گرما به سه طریق ممکن است: رسانش گرمایی، همرفت (جا به جایی) و تابش گرمایی اکنون درباره‌ی هر یک از روش‌های انتقال گرما مختصری صحبت می‌کنیم.

۶- ۱) رسانش: انتقال انرژی جنبشی مولکولی از ذره‌ای به ذره‌ای دیگر را رسانش گرمایی می‌گویند. این روش از انتقال گرما، بیشتر در جامدات صورت می‌گیرد. در این روش مولکول‌های ماده که در مجاورت چشمه‌ی گرما هستند، گرما جذب نموده و به مولکول‌های مجاور خود انتقال می‌دهند. در رسانش گرمایی مولکول‌های جسم جا به جا نمی‌شوند و فقط هر مولکول به واسطه‌ی افزایش انرژی جنبشی مولکول مجاورش، انرژی جنبشی‌اش افزایش یافته و هم چنین سبب می‌شود انرژی جنبشی مولکول‌های بعدی نیز افزایش یابد. هر جسمی که گرما را سریع منتقل کند، رسانای گرمایی خوبی است مانند فلزات و هر جسمی که گرما را آهسته منتقل کند، نارسانای گرمایی (عایق) نامیده می‌شود. شیشه چوب و شاره‌ها (سیالات) رسانای گرمایی خوبی نیستند. به عبارت دیگر مایعات و گازها عایق گرمایی‌اند.

۶- ۱- ۱) آهنگ شارش گرما در یک ماده: مقدار گرمایی که در یکای زمان از یک مقطع فرضی ماده می‌گذرد را آهنگ شارش گرما می‌گویند.

آهنگ شارش گرما در یک میله که یک سر آن در تماس با منبع گرمایی با دمای پایین و سر دیگر آن در تماس با منبع گرمایی با دمای بالا است، به عوامل زیر بستگی دارد:

۱- طول میله (**L**): آهنگ شارش گرما با طول میله رابطه‌ی وارون دارد.

۲- اختلاف دمای دو سر میله $(\Delta\theta \ , \ \Delta T)$: هر چه اختلاف دمای دو منبع (دو سر میله) بیشتر باشد، گرما در میله با آهنگ بیشتری شارش می‌کند.

۳- سطح مقطع میله (**A**): آهنگ شارش گرما با سطح مقطع میله رابطه‌ی مستقیم دارد.

۶- ۱- ۲) رابطه‌ی آهنگ رسانش گرما:

اگر در مدت **t** ثانیه، **Q** ژول گرما از یک سر میله به سر دیگر آن انتقال یابد، **H** (یعنی آهنگ رسانش گرما) از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد: (در این رابطه‌ها **H** بر حسب وات، **A** بر حسب مترمربع، $\Delta\theta$ بر حسب درجه‌ی سلسیوس یا کلوین و **L** بر حسب متر است.)

$$Q = k\frac{At\Delta\theta}{L} \Rightarrow \boxed{H = \frac{Q}{t}} \Rightarrow \boxed{H = \frac{KA\Delta\theta}{L}}$$

در رابطه‌ی فوق تناسب **k** را ضریب رسانندگی گرمایی می‌نامند و یکای آن در **SI**، $W/m\cdot k$ یا $J/s\cdot m\cdot k$ است.

مثال ۱۷: یک وجه قطعه فلزی به ابعاد ۲، ۳ و ۶ سانتی‌متر در مجاورت منبع گرمایی قرار دارد؛ به طوری که شارش گرما در آن بیشینه است. اگر اختلاف دمای دو وجه متقابل این قطعه فلز $40^\circ C$ باشد، آهنگ رسانش گرمایی فلز چند ژول بر ثانیه است؟ $(K_{\text{فلز}} = 200 J/s\cdot m\cdot K)$

۱) ۶۰ ۲) ۷۲۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۶۰۰

پاسخ: وقتی یک کسر بیشینه‌ی مقدار خود را دارد که صورت آن بیشینه و مخرج آن کمینه باشد، یعنی باید A_{max} و L_{min} باشد.

$$H_{max} = 200\times\frac{3\times6\times10^{-4}\times40}{2\times10^{-2}} \Rightarrow \boxed{H_{max} = 720 J/s}$$

مثال ۱۸: میله‌ای را بین دو منبع سرد و گرم قرار داده‌ایم. هر گاه طی مراحلی با حجم ثابت طول میله را دو برابر کرده دوباره آن را بین همان دو منبع قرار دهیم، آهنگ رسانش گرمایی میله چند برابر می‌شود؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: حجم میله ثابت می‌ماند ولی طول و سطح مقطع آن تغییر می‌کند، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1L_1 = A_2L_2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2} = 2$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{A_2}{A_1}\times\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{H_2 = 0/25H_1}$$

www.fera.ir

www.fera.ir

۶- ۲) همرفت (جا به جایی): جا به جا شدن مولکول‌های گرم شاره از سطح پایین به سطح بالایی و انتقال مولکول‌های سرد شاره‌ها از سطح بالایی به سطح پایین را همرفت گویند. در پدیده‌ی همرفت، چگالی سطح پایینی شاره به دلیل مجاورت با چشمه‌ی گرم کاهش می‌یابد و اختلاف چگالی سطوح پایین و بالایی شاره، علت پدیده ی همرفت است. پدیده‌ی همرفت بر خلاف پدیده‌ی رسانش در مایعات یا گازها مشاهده می‌شود و در جامدات این پدیده مشاهده نمی‌شود. در پدیده‌ی همرفت برخلاف پدیده‌ی رسانش، انتقال گرما با انتقال و جا به جایی مولکول‌ها همراه است.

۶- ۳) تابش: انتقال گرما توسط پرتوهای گرمایی (امواج الکترومغناطیسی) را تابش گرمایی می‌گویند. در تابش گرمایی مولکول‌ها دخالتی در انتقال گرما ندارند. به عبارت دیگر تابش گرمایی مانند سایر امواج الکترومغناطیسی مستقل از ماده است و در خلاء نیز می‌تواند انتقال یابد.

- سرعت پرتوهای گرمایی در خلاء $۳\times۱۰^{۸}\,m/s$ است. بنابراین این روش سریع‌ترین روش انتقال گرما است.

- امواج تابش گرمایی از نوع امواج عرضی هستند و در ناحیه فروسرخ قرار دارند. گرمای خورشید فقط از طریق تابش به زمین می‌رسد.

اجسام تیره تابش گرمایی را بهتر از اجسام روشن جذب می‌کنند به همین علت معمولاً لباس‌های زمستانی تیره رنگ‌اند.

اجسام روشن تابش گرمایی را بهتر از اجسام تیره بازتابش می‌کنند به همین علت معمولاً لباس‌های تابستانی به رنگ روشن می‌باشند و هم چنین علت سطح داخلی بخاری‌های برقی استیل چنین است.

اجسام تیره در صورت گرم شدن بهتر از اجسام روشن گرما تابش می‌کنند به همین علت است که سطح خارجی بخاری‌ها تیره رنگ‌اند.

۷- قانون عمومی گازهای کامل

گاز کامل از لحاظ ماکروسکوپی گازی است که برای آن مقدار $\frac{PV}{T}$، یک مقدار ثابت باشد و از لحاظ میکروسکوپی گاز کامل گازی است که در آن برهم کنش بین ذرات گاز قابل صرف‌نظر باشد؛ یعنی مولکول‌ها تا حد امکان کوچک باشند (جرم مولکول کم) و فاصله‌ی بین آن‌ها نیز زیاد باشد.

در گازها سه ماهیت فیزیکی قابل اندازه‌گیری وجود دارد که کاملاً به هم وابسته‌اند. این سه کمیت، حجم (**V**)، دمای مطلق (**T**) و فشار (**P**) می‌باشند.در گازهای کامل ارتباط این سه کمیت با هم در قالب قانون عمومی گازها بیان می‌شود. این قانون می‌گوید مقدار $\frac{PV}{T}$ در یک گاز کامل همواره ثابت است. می‌توانیم این قانون را به صورت زیر بیان کنیم:

$$\boxed{\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}}$$

نکته: دما در این رابطه باید برحسب کلوین بیان شود. اما درباره‌ی واحدهای فشار و حجم فقط کافی است که این واحدها در دو طرف تساوی یکسان باشند. مثلاً یکای فشار $P_۱$ و $P_۲$ هر دو بر حسب atm یا هر دو بر حسب **Pa** بیان شود.

«گازهای واقعی معمولاً به طور کامل از این قانون پیروی نمی‌کنند. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که رفتار یک گاز واقعی، هر چه فشار آن کم‌تر باشد بیشتر به رفتار گاز کامل نزدیک است. گازهای واقعی در دماهای کم‌تر از دمای نقطه‌ی میعان دیگر به حالت گاز نیستند و مایع می‌شوند.»

مثال ۱۹: اگر فشار گاز کاملی را ۲۵ درصد افزایش داده و هم‌زمان دمای مطلق آن را ۲۰ درصد کاهش دهیم، حجم گاز چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۳۶ درصد کاهش ۲) ۴۰ درصد افزایش ۳) ۶۰ درصد افزایش ۴) ۶۴ درصد کاهش

پاسخ:

$$P_۲=P_۱+\Delta P=P_۱+۰/۲۵P_۱=۱/۲۵P_۱$$

$$T_۲=T_۱+\Delta T=T_۱+(۰/۲)T_۱=۰/۸T_۱$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\Rightarrow\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{۱/۲۵P_۱\times V_۲}{۰/۸T_۱}\Rightarrow V_۲=۰/۶۴V_۱$$

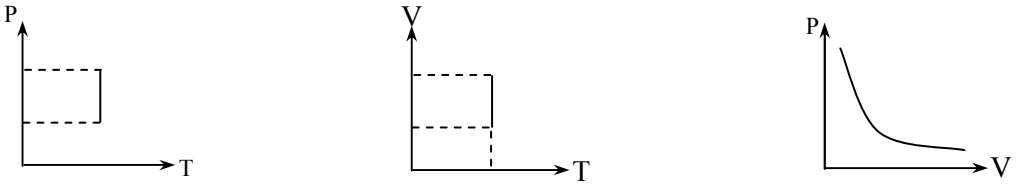
$$\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰=\frac{۰/۶۴V_۱-V_۱}{V_۱}\times۱۰۰=-۰/۳۶\times۱۰۰=-۳۶\%$$

۷- ۱) حالت‌های خاص در قانون عمومی گازهای کامل

۷- ۱- ۱) فرآیند هم‌دما (قانون بویل- ماریوت): در این فرآیند چون دمای گاز ثابت است، فشار و حجم با هم رابطه‌ی عکس دارند. به صورت زیر:

$$T_۱=T_۲\Rightarrow P_۲V_۲=P_۱V_۱\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{V_۱}{V_۲}$$

می‌توان نمودارهای $P-T$ ، $V-T$ ، $P-V$ را در فرآیندهای هم‌دما به‌صورت زیر رسم کرد:



www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۲۰: حباب هوایی که در یک عملیات غواصی در عمق ۷۰ متری ایجاد شده است، به طرف سطح آب حرکت می‌کند. اگر دما را ثابت فرض کنیم، شعاع این حباب در سطح آب چند برابر می‌شود؟ $(g=۱۰N/kg$ **، فشار هوا در سطح آب** $۱۰^۵ Pa$ **و** $\rho_{آب}=۱۰۰۰kg/m^۳)$

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۴

پاسخ: در عمق h از یک مایع فشار کل برابر $P_۰+\rho gh$ **و در سطح آب برابر فشار هوای آزاد** $(P_۰)$ **است.**

$$P_۱V_۱=P_۲V_۲\Rightarrow(P_۰+\rho gh)V_۱=P_۰V_۲\Rightarrow(۱۰^۵+۱۰۰۰\times۱۰\times۷۰)V_۱=۱۰^۵\times V_۲\Rightarrow V_۲=۸V_۱$$

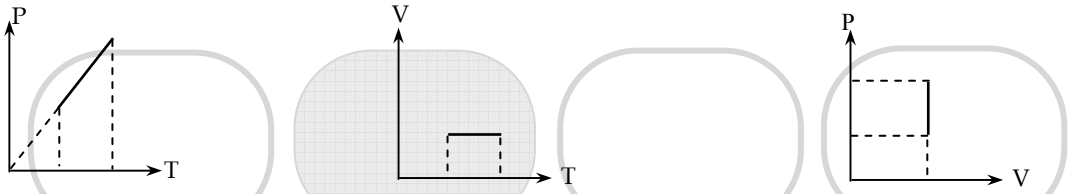
اگر حباب هوا را مانند یک کره در نظر بگیریم؛ داریم:

$$\frac{۴}{۳}\pi r_۲^۳=۸(\frac{۴}{۳}\pi r_۱^۳)\Rightarrow r_۲^۳=۸r_۱^۳\Rightarrow r_۲=۲r_۱$$

۷- ۱- ۲) فرآیند هم حجم: در این فرآیند از آن‌جا که حجم گاز ثابت است، فشار و دمای مطلق گاز با هم متناسبند، لذا داریم:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}$$

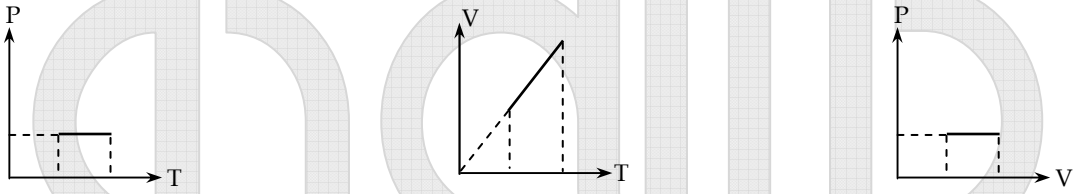
در این فرآیند می‌توان نمودارهای $P-T$ ، $V-T$ ، $P-V$ **را به صورت زیر رسم کرد:**



۷- ۱- ۳) فرآیند هم فشار (قانون شارل- گیلوساک): در این فرآیند از آن جا که فشار گاز ثابت است، حجم و دمای مطلق گاز با هم متناسبند؛ لذا داریم:

$$P_۱=P_۲\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}$$

در این فرآیند می‌توان نمودارهای $P-T$ ، $V-T$ ، $P-V$ **را به صورت زیر رسم کرد:**



مثال ۲۱: دمای مقدار معینی گاز کامل $۲۷^\circ C$ **است. دمای آن را در فشار ثابت چند درجه‌ی سلسیوس زیاد کنیم تا افزایش حجم آن** $\frac{۱}{۳}$ **حجم اولیه‌اش باشد؟**

۱) ۲۲۷ ۲) ۹۰۰ ۳) ۱۲۷ ۴) ۱۰۰

پاسخ:

$$V_۲=V_۱+\Delta V=V_۱+\frac{۱}{۳}V_۲=\frac{۴}{۳}V_۱$$

$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{T_۲}{T_۱}\Rightarrow\frac{\frac{۴}{۳}V_۱}{V_۱}=\frac{T_۲}{۳۰۰}\Rightarrow T_۲=۴۰۰K\qquad \Delta T=T_۲-T_۱=۴۰۰-۳۰۰=۱۰۰K\Rightarrow \boxed{\Delta\theta=۱۰۰^\circ C}$$

۷- ۲) چگالی گاز کامل: به طور کلی چگالی یک گاز کامل با فشار آن نسبت مستقیم و با دمای مطلق آن نسبت عکس دارد. این مطلب را به صورت زیر به اثبات می‌رسانیم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{\frac{m_۲}{V_۲}}{\frac{m_۱}{V_۱}}\xrightarrow[m_۱=m_۲]{\text{جرم ثابت است}}\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{V_۱}{V_۲}\longrightarrow\boxed{\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{T_۱}{T_۲}}$$

مثال ۲۲: اگر فشار گاز کاملی را ۲۰ درصد افزایش و دمای مطلق آن را ۱۰ درصد کاهش دهیم، چگالی آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۲۵، کاهش ۲) ۲۵، افزایش ۳) ۳۳، کاهش ۴) ۳۳، افزایش

پاسخ:

$$T_۲=T_۱-۰/۱T_۱=۰/۹T_۱\qquad P_۲=P_۱+۰/۲P_۱=۱/۲P_۱$$

$$\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{T_۱}{T_۲}=۱/۲\times\frac{۱}{۰/۹}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{\rho_۲-\rho_۱}{\rho_۱}=\frac{۴-۳}{۳}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{\Delta\rho}{\rho_۱}\times۱۰۰=۳۳\%$$

یعنی چگالی گاز ۳۳ درصد افزایش است.

www.fera.ir

www.fera.ir

مثال ۲۳: حجم یک کپسول اکسیژن ۴۰ لیتر و فشار آن ۱۶ اتمسفر می‌باشد. شیر کپسول را باز می‌کنیم تا فشار به ۱۲ اتمسفر برسد. (دما ثابت فرض شده است.) حجم اکسیژن خارج شده در فشار یک اتمسفر و همان دما چند لیتر است؟

پاسخ:

$$\frac{PV}{T}=k\Rightarrow\frac{PV}{T}=\frac{P_1V_1}{T_1}+\frac{P_2V_2}{T_2}$$

کل مخزن

اکسیژن باقی مانده در مخزن — اکسیژن خارج شده از مخزن

$$T=\text{ثابت}\Rightarrow PV=P_1V_1+P_2V_2$$

$$\Rightarrow ۱۶\times ۴۰=۱۲\times ۴۰+۱\times V_2\Rightarrow V_2=۱۶۰\text{Lit}$$

دقت شود در این مسله پس از خروج ۱۶۰ لیتر اکسیژن از ظرف، اکسیژن باقی مانده تمام حجم مخزن را اشغال می‌کند $(V_1=۴۰\text{Lit})$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

www.fera.ir